

Unterrichtsmaterialien zum Physik-Kurs  
Prinzipien der Mechanik  
Teil II: Dynamik



Aristoteles

Ptolemäus

Kopernikus

Titelbild der lateinischen Ausgabe von Galileis »Dialog über die zwei hauptsächlichsten Weltsysteme« von 1635

Erarbeitet und zusammengestellt  
für den Physikunterricht  
in der Klasse 12 der Fachoberschule



Jochen Sicars

Trautheim bei Darmstadt

jochensicars@gmail.de

© Jochen Sicars – Stand: 14.8.2015

## Fachoberschule – Physik

### Prinzipien der Mechanik – Jahrgangsstufe 12

## Zur didaktischen Konzeption des Kurses

Schülerinnen und Schüler der Fachoberschule kommen mit unterschiedlichen physikalische Voraussetzungen in die Klasse 12. Während die Schüler der zweijährigen Form A bereits in der Klasse 11 der Fachoberschule 1 Wochenstunde Physikunterricht hatten und in diesem Rahmen eine kinematische Grundbildung vermittelt bekommen, bringen die Fachoberschüler der einjährigen Form B aus ihrer Berufsausbildung allenfalls eine sehr anwendungsbezogene Form physikalischer Vorbildung mit. Gemeinsam ist beiden Schülergruppen, dass sie in ihrer Realschulbildung in der Mittelstufe drei Schuljahre Physikunterricht mit jeweils 2 Wochenstunden und 3 Wochenstunden (in der Klasse 10) hatten.

Auf diesen Voraussetzungen baut das sowohl für die Form A als auch die Form B der Fachoberschule entwickelte Unterrichtskonzept des Kurses »Prinzipien der Mechanik« auf. Durch teilweise intensive Wiederholungen einzelner Themen und ergänzende Vertiefungen sollen Unterschiede in den Voraussetzungen weitgehend kompensiert werden. Das Konzept kann bei Bedarf hinsichtlich der zeitlichen Schwerpunktsetzungen einzelner Themensequenzen als auch im Hinblick auf die thematische Abfolge flexibel variiert werden.

### Didaktische Vorbemerkung

Unter dem Aspekt der Verbindung von allgemeiner und beruflicher Bildung handelt es sich um ein integriertes Konzept, das in beiden Organisationsformen der Fachoberschule mehrere Jahre erprobt und aufbauend auf den so gewonnen Unterrichtserfahrungen in fachlicher und didaktisch-methodischer Hinsicht weiterentwickelt wurde. Insofern ist es seiner didaktischen Intention nach schulformunabhängig, kann also immer dort Anwendung finden, wo es um die Vermittlung der **Grundlagen der Mechanik** geht.

Das Konzept ist zugleich auch **wissenschaftsorientiert**, denn es ist in seiner systematischen Strukturierung durch die Prinzipien der Theorie der Mechanik von Galilei und Newton bestimmt. Für die Fachoberschule ist es im Hinblick auf die angestrebte Studierfähigkeit zugleich auch insoweit propädeutisch, als es sich von den Themengebieten her an dem orientiert, was im Grundstudium des Studienganges »Elektrotechnik« an der Fachhochschule vermittelt wird. Soweit es für das Verständnis insbesondere so zentraler Grundbegriffe wie »Bewegung«, »Kraft«, »Trägheit« etc. von Bedeutung ist, greift das folgende Konzept auch auf Elemente einer **historisch-genetischen** Physik-Didaktik zurück. Es wird erwartet, dass durch die Verknüpfung von systematischen und historisch-genetischen Vermittlungsformen die physikalische Begriffsbildung und damit das Verstehen der Physik gefördert wird.

Insofern ist dieses Konzept zugleich auch prinzipiell **fachübergreifend** angelegt. So erfordert beispielsweise ein umfassendes Verständnis der Entwicklung der Mechanik und ihrer Begriffssystematik seit den ersten systematischen Bemühungen von Aristoteles im antiken Griechenland neben solidem Grundlagenwissen in der Mathematik sowohl Kenntnisse über die philosophischen Grundlagen etwa der antiken und mittelalterlichen Philosophie als auch über die gesellschaftlich-politischen und ökonomischen Veränderungen in der Epoche des Übergangs von mittelalterlichen Feudalgesellschaft zur bürgerlich-kapitalistischen Gesellschaft. Exemplarisch werden dabei relevante Aspekte etwa der Renaissance, der Aufklärung und der Industrialisierung in die Darstellung einbezogenen. Dazu soll vor allen Dingen die im Rahmen dieses Kurses vorgesehene einwöchige **Studienfahrt** »Auf den Spuren Galileo Galileis« nach Pisa, Florenz und Siena beitragen.

Unter fachübergreifenden Gesichtspunkten sind auch die **mathematischen Exkurse** zur Einführung in die Differential- und Integralrechnung zu betrachten. Am Beispiel der Newtonschen Überlegungen zur Anwendung grundlegender Begriffe der Analysis auf die beschleunigte Bewegung soll ein erster Zugang zur »höheren«

Mathematik ermöglicht werden. Formal liegt diesen Exkursen eine Vereinbarung der zuständigen Fachoberschulkonferenz zugrunde, derzufolge die Wochenstundenzahl des Physikunterrichts von 2 auf 3 Wochenstunden unter der Maßgabe erhöht wurde, einen Teil dieser Mehrstunden zur Unterstützung des Mathematikunterrichts zu verwenden. Dies wurde im Hinblick darauf, daß die meisten Absolventen unserer Fachoberschule an der Fachhochschule ein technisches Studium aufnehmen, als notwendig erachtet. In den technisch-naturwissenschaftlichen Studiengängen nimmt die Mathematik im Grundstudium nach wie vor einen zentralen Stellenwert ein. Aus Gesprächen mit ehemaligen Schülern und der Kooperation mit den ET-Fachbereichen der Hochschule Darmstadt wissen wir, dass die Mathematik für unsere Absolventen in der Regel die schwierigste Hürde im Grundstudium ist.

---

## I. Einführung und Kinematik

---

### A. Einführung

1. Gegenstand und Teilgebiete der Mechanik (Arbeitsblatt Nr. 1)
2. Bewegung als Erscheinung in Raum und Zeit (Arbeitsblatt Nr. 2)
  - Erste Annäherung an den Begriff der Bewegung
  - Erkenntnistheoretische Aspekte von Raum und Zeit
3. Quellen der Erkenntnis – Wie eine physikalische Theorie entstehen kann (Arbeitsblatt Nr. 3)
  - Wahrnehmung und das Modell des Empirismus
  - Denken und das Modell des Idealismus
  - EJASE-Modell von A.Einstein
  - Verhältnis von Wahrnehmung und Denken im Erkenntnisprozeß
  - Zusatz: Optische Sinnestäuschung (Arbeitsblatt Nr. 3 a)

### B. Erste Grundbegriffe der Mechanik: Weg und Zeit

1. Zum Begriff des Weges (Arbeitsblatt Nr. 4)
  - Zum physikalischen Begriff des Weges
  - Bestimmung des Erdumfanges nach Eratosthenes
  - Festlegungen zur Längenmaßeinheit »1 Meter«
2. Zur Objektivierung des Begriffs der Zeit (Arbeitsblatt Nr. 5)
  - Zwei periodische Vorgänge zur Wahrnehmung der Zeit
  - Bestimmung des Tages als Zeitdauer einer Tag-Nacht-Periode (Sonnentag)
  - Bestimmung des Jahres als Zeitdauer einer Sommer-Winter-Periode (Sonnenjahr)
  - Definitionen der Zeit-Maßeinheit »1 Sekunde«
  - Zusatz: Zur Entstehung der warmen und kalten Jahreszeiten (Arbeitsblatt Nr. 5 a)
  - Exkurs: Proportionalität und Geradengleichung (Arbeitsblatt Nr. 5 b)

### C. Gleichförmige Bewegung und Geschwindigkeit

1. Ungleichförmige und gleichförmige Bewegung (Arbeitsblatt Nr. 6)
  - Die ungleichförmige Bewegung als allgemeine Form
  - Gleichförmige Bewegung als Sonderfall
2. Zum Begriff der Geschwindigkeit (Arbeitsblatt Nr. 6)
  - Darstellung im Weg-Zeit-Diagramm
  - Definition der Geschwindigkeit
3. Weg-Zeit-Gesetz der gleichförmigen Bewegung
  - Begründung des Gesetzes (Arbeitsblatt Nr. 6)
  - Übungsaufgaben zur gleichförmigen Bewegung (Arbeitsblatt Nr. 7)

### D. Gleichförmige Geschwindigkeitsänderung und Beschleunigung

1. Ungleichförmige und gleichförmige Beschleunigung (Arbeitsblatt Nr. 8)
  - Die ungleichförmige Beschleunigung als allgemeine Form
  - Gleichförmige Beschleunigung als Sonderfall
2. Zum Begriff der Beschleunigung (Arbeitsblatt Nr. 8)

- Darstellung im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm
  - Definition der Beschleunigung
3. Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung
    - Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz (Arbeitsblatt Nr. 8 / Seite 1)
    - Weg-Zeit-Gesetz (Arbeitsblatt Nr. 8 / Seite 1)
    - Zusammenfassung: Gesetze und Zeitdiagramme (Arbeitsblatt Nr. 8 / Seite 2)
    - Gleichmäßige Geschwindigkeitsänderung mit Anfangsgeschwindigkeit (Arbeitsblatt Nr. 8 a)
    - Übungsaufgaben zur gleichförmigen Beschleunigung (Arbeitsblatt Nr. 9)

## E. Erweiterung und Verallgemeinerung des Bewegungsbegriffs

1. Mathematischer Exkurs I: Folgen und Grenzwerte (Arbeitsblatt »Erster mathematischer Exkurs«)
2. Zum Begriff der Momentangeschwindigkeit (Arbeitsblatt Nr. 10 / Seite 1)
3. Bestimmung der Geschwindigkeit als Grenzwert (Arbeitsblatt Nr. 10 / Seite 2)
4. Mathematischer Exkurs II: Differentialrechnung (Arbeitsblatt »Zweiter mathematischer Exkurs«)
  - Differenzieren von Potenzfunktionen
  - Weitere einfache Regeln der Differentialrechnung
5. Definition der Geschwindigkeit und Beschleunigung als Differentialquotienten (Arbeitsblatt Nr. 11)
6. Übungsaufgaben zur ungleichförmigen Beschleunigung (Arbeitsblatt Nr. 12)
7. Mathematischer Exkurs III: Integralrechnung (Arbeitsblatt »Dritter mathematischer Exkurs«)
  - Integralrechnung als Umkehrung der Differentialrechnung
  - Integralfunktion als Flächenfunktion
  - Einige einfache Regeln der Integralrechnung
8. Zeitintegrale in der Kinematik
  - Der Weg als Zeitintegral der Geschwindigkeit und Integrationsprinzip von Galilei (Arbeitsblatt Nr. 13 / Seite 1)
  - Die Geschwindigkeit als Zeitintegral der Beschleunigung (Arbeitsblatt Nr. 13 / Seite 2)
  - Formalisierung des Integrationsprinzips von Galilei: Das Zeitintegral der Geschwindigkeit als Grenzwert einer Summe (Arbeitsblatt Nr. 13 / Seite 3)
  - Aufgabenbeispiele zur Anwendung der Integralrechnung (Arbeitsblatt Nr. 13 / Seite 4)
9. Überlagerung von Bewegungen
  - Einführende Beispiele (Arbeitsblatt Nr. 14)
  - Darstellung der Bewegungsgrößen als Vektoren (Arbeitsblatt Nr. 14 a)
  - Aufgabenbeispiel zur Überlagerung von Bewegungen (Arbeitsblatt Nr. 14 b)

## D. Kinematik der Kreisbewegung

1. Die gleichförmige Kreisbewegung als beschleunigte Bewegung (Arbeitsblatt Nr. 15 / Seite 1)
2. Winkelgeschwindigkeit und Bahngeschwindigkeit als Vektorgößen (Arbeitsblatt Nr. 15 / Seite 2)
3. Zusatz: Ergänzende Hinweise zum Vektorprodukt (Arbeitsblatt ohne Nr.)
4. Übungsaufgaben zur gleichförmigen Kreisbewegung (Arbeitsblatt Nr. 15 a)
5. Die gleichförmig beschleunigte Kreisbewegung
  - Definition von Bahn- und Winkelbeschleunigung (Arbeitsblatt Nr. 16 / Seite 1)
  - Gesetze der gleichförmig beschleunigten Kreisbewegung (Arbeitsblatt Nr. 16 / Seite 2)
  - Analogien zwischen geradliniger Bewegung und Kreisbewegung (Arbeitsblatt Nr. 16 / Seite 2)

---

## II. Dynamik

---

### E. Die Mechanik des Aristoteles und des Mittelalters

1. Über Aristoteles und seine Mechanik (Arbeitsblatt Nr. 17 / Seite 1)
2. Einteilung der Bewegungen nach Aristoteles (Arbeitsblatt Nr. 17 / Seite 1)
3. Probleme in der Mechanik des Aristoteles (Arbeitsblatt Nr. 17 / Seite 2)

### F. Die mechanische Theorie von Galilei und Newton

1. Das Trägheitsmodell von Galileo Galilei von 1638 (Arbeitsblatt Nr. 18 / Seite 1)
2. Ergänzungen zum Trägheitsmodell von Galilei (Arbeitsblatt Nr. 18 / Seite 1a)
3. Kraftbegriff und Trägheitsprinzip in der Mechanik von Newton (Arbeitsblatt Nr. 18 / Seite 2)
4. Bestimmung der Größe einer Kraft und dynamisches Grundgesetz (Arbeitsblatt Nr. 18 / Seite 3)
5. Wechselwirkungsprinzip von Newton (Arbeitsblatt Nr. 18 / Seite 4)
6. Zusammenfassung: Die Grundsätze (Axiome) der Newtonschen Theorie (Arbeitsblatt Nr. 18 / Seite 5)
7. Übungsaufgaben zum Dynamischen Grundgesetz (Arbeitsblatt Nr. 19)

### G. Überlagerung von Kräften und Gleichgewicht (Statik)

1. Kräfte-Parallelogramm nach Newton: Kraft als Vektor (Arbeitsblatt Nr. 20 / Seite 1)
2. Übungsaufgaben zur Überlagerung von Kräften mit Lösungen (Arbeitsblatt Nr. 20 / Seite 2)
  - Aufgabe 1: Wandkonsole (Lösungsblatt 1)
  - Aufgabe 2: Freileitungsmast (Lösungsblatt 1)
  - Aufgabe 3: Lastkran (Lösungsblatt 2)
  - Aufgabe 4: Abgestützte Walze (Lösungsblatt 3)
  - Aufgabe 5: Halterung einer Seilrolle (Lösungsblatt 3)

### H. Dynamik der Kreisbewegung

1. Zentripetal- und Zentrifugalkraft (Arbeitsblatt Nr. 21 / Seite 1)
2. Beispiele zur Wirkung von Zentralkräften
  - Fliehkraftpendel (Arbeitsblatt Nr. 21 / Seite 2)
  - Steilwandfahrer (Arbeitsblatt Nr. 21 / Seite 2)
  - Kugelschwebe (Arbeitsblatt Nr. 21 / Seite 3)
  - Astronauten-Zentrifuge (Arbeitsblatt Nr. 21 / Seite 3)
  - Zentralkräfte infolge der Erdrotation (Arbeitsblatt Nr. 21 / Seite 4)
  - Foucault-Pendel zur Demonstration der Erdrotation (Arbeitsblatt Nr. 21 a)

### J. Fall- und Wurfbewegungen

1. Zur Einführung: Der waagerechte Wurf (Arbeitsblatt Nr. 22 / Seite 1)
2. Der schiefe Wurf als allgemeine Form der Wurfbewegung (Arbeitsblatt Nr. 22 / Seite 2)
3. Fallbewegung: Galileis Begründung des freien Falls (Arbeitsblatt Nr. 22 / Seite 3 und 4)

## K. Entwicklung des Weltbildes

Vorbemerkung: Die Arbeitsblätter Nr. 23 bis 31 müssen noch digitalisiert werden.

1. Übersicht zur Entwicklung des Weltbildes (Arbeitsblatt Nr. 23)
2. Erklärung der unterschiedlichen Jahreszeitenlängen im geozentrischen und heliozentrischen Weltbild (Arbeitsblatt Nr. 24)
3. Erklärung der Planetenschleifen im geozentrischen und heliozentrischen Weltbild (Arbeitsblatt Nr. 25)
4. Stationen der Ablösung des geozentrischen Weltbildes (Arbeitsblatt Nr. 26)
5. Die Astronomie von Johannes Kepler
  - Die Keplerschen Gesetze (Arbeitsblatt Nr. 27 / Seite 1)
  - Das Keplersche Polyeder-Weltmodell von 1596 (Arbeitsblatt Nr. 27 / Seite 2)
6. Vergleich: Weltsysteme von Ptolemäus, Kopernikus, Brahe und Kepler/Newton (Arbeitsblatt Nr. 28)
7. Das Gravitationsgesetz von Newton (Arbeitsblatt Nr. 28)
  - Newtons Begründung der Wechselwirkung zwischen Zentralkörper und Planeten (Arbeitsblatt Nr. 29 / Seite 1)
  - Newtons Begründung der Zentripetalkraft-Richtung mit dem Flächensatz (Arbeitsblatt Nr. 29 / Seite 2)
  - Herleitung des Gravitationsgesetzes aus den Newton-Axiomen und den Kepler-Gesetzen
  - Übungen zu den Kepler-Gesetzen und zum Gravitationsgesetz (Arbeitsblatt Nr. 29 / Seite 4)

## L. Mechanische Arbeit, Leistung und Energie

1. Mechanische Arbeit und Leistung
  - Definition von mechanischer Arbeit und Leistung (Arbeitsblatt Nr. 30 / Seite 1)
  - Übungsaufgaben zur mechanischen Arbeit und Leistung (Arbeitsblatt Nr. 30 / Seite 2)
2. Mechanische Arbeit und Energie
  - Hubarbeit und potentielle Energie (Arbeitsblatt Nr. 31 / Seite 1)
  - Bewegungsenergie (Arbeitsblatt Nr. 31 / Seite 2)

## M. Spezielle Relativitätstheorie – Eine sehr kurze Einführung

1. Einsteins Postulate (Arbeitsblatt »Relativität« / Seite 1)
2. Zeitdehnung: Bewegte Uhren gehen langsamer (Arbeitsblatt »Relativität« / Seite 1 und 2)
3. Längenkontraktion: Bewegte Stäbe sind kürzer (Arbeitsblatt »Relativität« / Seite 3 und 4)
4. Massenzunahme: Die Masse bewegte Körper nimmt mit der Geschwindigkeit zu

1. Über Aristoteles und seine Mechanik

"Eine unglückliche Entscheidung des ARISTOTELES bestimmte die Entwicklung der Physik bis zum 17. Jahrhundert. In seinem Werk *Problemata* hatte er festgelegt, es bestehe eigentlich für einen auf der Erde in Bewegung gesetzten Körper kein logischer Grund, wieder zur Ruhe zu kommen; ebenso wie ein Himmelskörper müßte er "ewig" weiterlaufen, es sei denn, er werde angehalten. Da aber auf der Erde alle Bewegungen nach gewisser Zeit zur Ruhe kommen, meinte ARISTOTELES, die irdischen Bewegungen seien doch wesensverschieden von den himmlischen. Wir wissen heute, daß ARISTOTELES lediglich die Wirkung der Reibung nicht richtig beurteilt hat. Die Vorstellung einer reibungsfreien, "ewigen" Bewegung auf der Erde setzt nämlich hohes Abstraktionsvermögen voraus. Für die weitere Entwicklung der Physik war daher zunächst bestimmend, daß man sich mehr auf die direkte Anschauung als auf abstrakte Vorstellungen stützte.

ARISTOTELES stellte den Grundsatz auf:

"Omne quod movetur ab alio movetur". Das heißt: "Alles, was in Bewegung ist, wird von etwas anderem bewegt." Dabei muß der "motor" dem sich bewegenden Körper ("mobile") selbst innewohnen oder ein "motor conjunctus", d.h. ein mit dem bewegten Körper verbundener "motor" sein.

Diesen "motor" herauszufinden, ist ein entscheidendes Problem der aristotelischen Physik. Ein Lebewesen bewegt sich aus eigenem Antrieb ("a se"). Der "motor" ist seine Seele ("anima"). Viel schwieriger ist das Problem, bei unbelebten Körpern ("corpora inanimata") den "motor" der Bewegung herauszufinden. ARISTOTELES unterscheidet in diesem Zusammenhang zunächst zwischen **natürlicher** Bewegung ("motus naturalis") und **erzwungener** Bewegung ("motus violentus"). Der nach unten fallende Stein oder der aufsteigende Rauch, der nach ARISTOTELES gleichsam eine Fallbewegung nach oben ausführt, stellen **natürliche** Bewegungen dar. Dagegen vollführt ein geworfener oder ein an einer Schnur angebundener und im Kreis herumgeschleudert Körper eine **erzwungene** Bewegung. ...

Um den Unterschied zwischen der Physik des ARISTOTELES und der mit GALILEI und NEWTON beginnenden sog. "klassischen" Physik verstehen und die bedeutungsvolle Leistung dieser neuen Physik würdigen zu können, wollen wir zwei zentrale Fragen der alten Physik noch etwas genauer betrachten:

Die Frage nach dem Bewegungszustand der Erde und die Frage nach dem Zusammenhang zwischen der Fallgeschwindigkeit und der Schwere der Körper. Wie wir sehen werden, hängen diese beiden Probleme in der aristotelischen Philosophie eng miteinander zusammen. ARISTOTELES knüpft bei der Behandlung beider Fragen an die alltägliche Erfahrung an. Man beobachtet, daß verschieden schwere Gegenstände in der Luft mit verschiedener Geschwindigkeit fallen. Andererseits läßt sich ein schweres Fahrzeug schwerer in Bewegung setzen als ein leichtes.

Beide Erfahrungen verallgemeinert ARISTOTELES in seinem **dynamischen Grundgesetz**:

Die **Geschwindigkeit**, mit der eine Bewegung abläuft, ist **proportional der Antriebskraft des "motors"** und **umgekehrt proportional dem "Widerstand"**, der der Bewegung entgegenwirkt.

Bei dem in der alten Physik vielzitierten Eselskarren wird die Antriebskraft vom Esel als "motor conjunctus" ausgeübt, als Widerstand wirkt das Gewicht des Karrens, indirekt über seine sogenannte "Masse", die den "Trägheitswiderstand" erzeugt. Beim Fall ist die Schwere (Gewicht) der "motor", welchem vom Medium, in dem die Körper fallen, ein Widerstand entgegengesetzt wird. Dieser Widerstand hängt von der Dichte des Mediums ab.

Man kann diese Zusammenhänge anhand von einfachen Experimenten veranschaulichen, indem man Kugeln verschiedenen Gewichts aus gleichem Stoff, aber verschiedenem Radius und aus verschiedenen Stoffen mit gleichem Radius in einen z. B. mit Wasser und einen mit Öl gefüllten Standzylinder fallen läßt.

Wir müssen uns jedoch hüten bei der Fallbewegung in der Antriebskraft "Schwere" eine Kraft zu sehen, die von außen wie bei dem Karren angreift. Wie wir bereits gesehen haben, ist die Fallbewegung für ARISTOTELES eine "natürliche" Bewegung, die im Zusammenhang mit der Natur des Körpers und der besonderen Ordnung (Struktur) des aristotelischen Kosmos steht. In diesem Kosmos befindet sich die Erde im Weltzentrum in Ruhe.

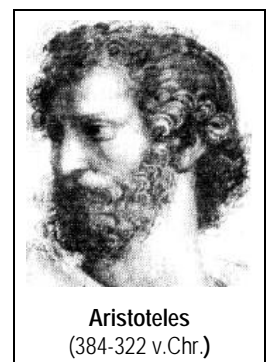
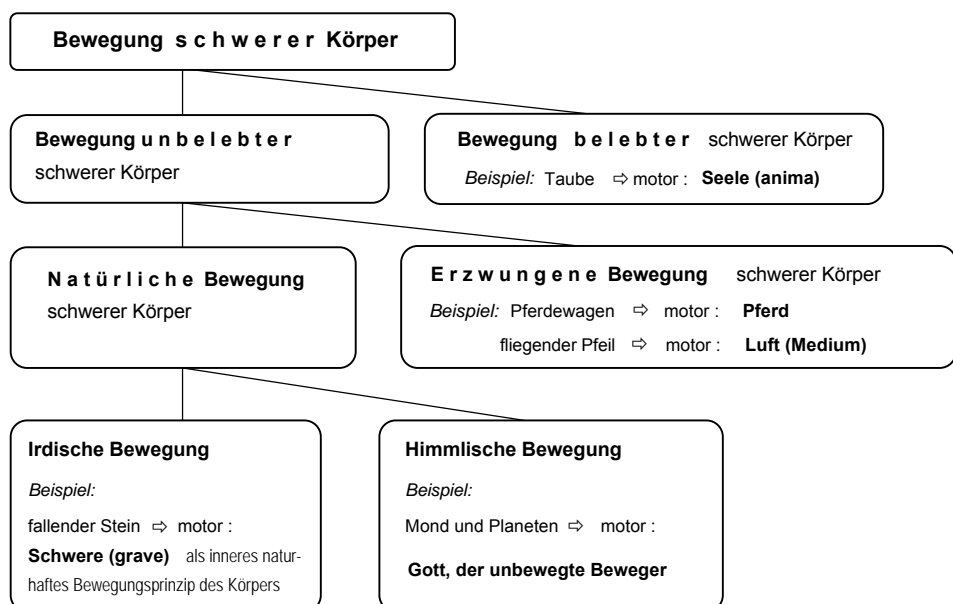
Was hat dieser Ruhezustand mit den verschiedenen Fallgeschwindigkeiten verschiedener Körper zu tun? Bewegt sich nämlich die Erde, so würde sie nach ARISTOTELES bei ihrer im Vergleich zu allen anderen irdischen Körpern überwältigenden Größe allen fallenden Körpern weit vorausseilen; alle losen Gegenstände schwebten weit hinter ihr in der Luft. Die Erde würde dann einfach aus dem Universum herausfallen.

Wie wir sahen, werden die verschiedenen Bewegungsvorgänge auf der Erde und am Himmel durch die Einführung von Qualitäten, die anschaulich durch ganz bestimmte Substanzen getragen und repräsentiert werden, erklärt. Die substantielle Form des Elements bestimmt die Art seiner natürlichen Bewegung. Mit dieser "Qualitäten-Physik", die eine grundsätzliche Unterscheidung zwischen vergänglichen, **irdischen** (sublunaren, d.h. unterhalb der Mondsphäre sich abspielenden) und unvergänglichen, **himmlischen** (translunaren) Vorgängen macht, wurde durch ARISTOTELES ein prinzipieller Gegensatz zwischen irdischer Mechanik und Himmelsmechanik geschaffen, der die Entwicklung des Bewegungsproblems für die nächsten Jahrhunderte bestimmte und der erst durch NEWTON endgültig überwunden wurde, der das Fallen eines Steines und die Bewegung der Planeten um die Sonne auf die gleiche physikalische Ursache zurückführte."

Quelle : W.Kuhn, Physik, Band III A: Mechanik, Braunschweig 1979 S. 17 - 21

2. Schema zur Unterscheidung und Einteilung der Bewegungen nach Aristoteles

Schließlich ging Aristoteles davon aus, daß die **Ursachen** und damit **„die Prinzipien der wahrnehmbaren Dinge auch wahrnehmbar sein müssen"**. Da bei einigen Bewegungen deren **Ursache** wahrgenommen werden kann (z.B. beim Pferdewagen), bei anderen hingegen nicht (z.B. beim fallenden Stein oder bei der Planetenbewegung), sah sich ARISTOTELES genötigt, die Bewegungen gemäß seinem Grundsatz **„Jede Bewegung erfordert einen Beweger (motor)"** nach folgendem Schema zu unterscheiden:





### 3. Probleme der Mechanik des Aristoteles (vgl. A.C.Crombie, Von Augustinus bis Galilei, München 1977, S. 285 ff.)

- ▶ **Ziel** der mechanischen Theorie des Aristoteles: Die Unterscheidung der Bewegungen nach dem Kriterium ihrer **wahrnehmbaren Ursachen**, dem "motor conjunctus" (das ist der mit dem bewegten Körper "verbundene Bewegter"), sollte zu einem System *in sich widerspruchsfreier Klassen von Bewegungen* führen (vgl. dazu das Schema auf S.1).
- **Problem**: Die von Aristoteles gebildeten Klassen sind in sich **nicht** widerspruchsfrei. So endet z.B. die **erzwungene** Bewegung eines Pferdewagens, wenn das Pferd stehen bleibt oder gar vor Erschöpfung zusammenbricht, d.h. wenn die **Ursache** der Bewegung (der "motor conjunctus") entfällt. Hingegen endet die von dem Bogenschützen **erzwungene** Bewegung eines Pfeiles selbst dann **nicht**, wenn dieser die Sehne des Bogens verlassen hat, obwohl er sich damit von seiner (wahrnehmbaren) Bewegungs**ursache** getrennt hat.
- ▶ **Lösungsversuch** des *Aristoteles*: Der Pfeil (bewegter Körper) überträgt die bewegende Kraft auf die Luft (Medium), die ihrerseits die Kraft auf den Pfeil überträgt und dieser dann wiederum auf die Luft usw.. Demnach ist die Luft, also das Medium, die bewegende Ursache (der "motor conjunctus") des fliegenden Pfeiles (siehe dazu das Aristoteles-Zitat unten).
- **Problem**: Wenn die Luft die **Ursache** der Pfeilbewegung darstellt, so müßte der Pfeil auch ohne Bogen allein von der Luft bewegt werden können. M.a.W.: Wenn die Ursache (Luft) vorhanden ist, muß auch die Wirkung (Bewegung) da sein. Luft aber kann keinen ruhenden Pfeil –oder gar einen anderen Körper wie z.B. einen Mühlstein– in Bewegung setzen. (Einwand des *Johannes Philoponos* etwa 550 n.Chr. – siehe dazu den Text unten).
- ▶ **Lösungsversuch** (*Impetustheorie* ab ca. 1300): Jeder bewegte Gegenstand ist sein **eigener** Bewegter, die **Ursache** der Bewegung ist **ihm als Prinzip eingeprägt**, ist eine Eigenschaft von **ihm selbst**. Der "motor conjunctus" wird überflüssig, er wird statt dessen in den bewegten Körper hineinverlegt. Dieses bewegende Prinzip wurde von den Scholastikern (wie z.B. *Jean Buridan*, *William Ockham*) als "**Impetus**" (Schwung) bezeichnet. (siehe dazu den Text unten)
- **Problem**: Wenn der bewegte Körper den "motor" der Bewegung in sich trägt, dann dürfte **keine Bewegungsänderung** auftreten, die Bewegung dürfte nie enden, ein Abbremsen und zur Ruhe kommen wäre nicht denkbar.
- ▶ **Lösung** (*Trägheitsprinzip* – *Galilei* und *Newton* ab ca. 1610): Der einmal in Bewegung gesetzte Körper würde sich in der Tat bis in alle Ewigkeit **gleichförmig** und **geradlinig** weiterbewegen, sofern nicht irgendwelche Kräfte ihn daran hindern. Die **Bewegungsänderung** (z.B. Abbremsung) indessen wird durch äußere **Kräfte** verursacht (siehe nächstes Arbeitsblatt).

Da äußere Kräfte nur durch direkten Kontakt übertragen werden können, kann ein Körper im Wurf nur gestoßen oder gezogen werden. Die Erfahrung zeigt jedoch, daß ein geworfener Körper sich weiterbewegt, auch wenn er die Hand des Werfers verlassen hat. In der aristotelischen Philosophie wird das Problem dadurch gelöst, daß man sagt, der Werfer wirke durch seine Wurfbewegung auf die Luft ein, die ihrerseits den geworfenen Körper weiterbewegt. So schreibt **Aristoteles** in der «Physica» (Physik):

«Es wird gut sein, bei den **Wurfbewegungen** zunächst eine Schwierigkeit zu besprechen. Wenn nämlich alles Bewege von etwas bewegt wird, soweit es nicht von sich selbst bewegt wird, wie kann dann in manchen Fällen ein Körper sich stetig weiterbewegen, ohne daß derjenige ihn noch berührt, der ihn in Gang gebracht hat? Zum Beispiel beim Wurf. Wenn aber der Werfende noch eine andere Bewegung verursacht hat, z.B. die der Luft, die dann als Werkzeug weiterbewegt, dann ist das ebenso unmöglich, daß nämlich diese sich weiterbewegt, ohne daß der erste, werfend, sie noch berührt und bewegt. Es müßte doch alles zugleich sich bewegen und mit der Bewegung aufhören, sobald der erste mit seiner Bewegung aufhört, auch dann, wenn er es so macht wie der Magnet, der zum Magneten macht, und so zum Bewegter macht, was er bewegt hat. Hier muß man folgendes sagen, daß der erste Bewegter die **Luft** oder das Wasser instandsetzt, weiterzubewegen, oder auch sonst ein Mittel, das seiner Natur nach bewegen oder bewegt werden kann. Aber er hört nicht zu gleicher Zeit auf, sich zu bewegen und zu bewegen, vielmehr hört der Bewegter nur auf, sich zu bewegen, wenn er mit der Wurfbewegung aufhört, aber Bewegter ist er immer noch. Deswegen wird auch ein anderes Glied der Reihe bewegt, und bei diesem ist es auch wieder so. Die Bewegung hört erst auf, wenn im Nachbarglied die Kraft zur Bewegung nachläßt. Schließlich hört die ganze Bewegung auf, wenn ein Glied das nächste nicht mehr bewegend machen kann, sondern nur noch bewegt. In dem Fall hört dann alles zugleich auf, der Bewegter, das Bewege und die ganze Bewegung.»

Gegen diese Theorie wurden schon früh **Einwände** erhoben: Man sah es einerseits als unwahrscheinlich an, daß z. B. ein gegen den Wind fliegender Pfeil oder ein Mühlstein, der sich nach dem Wegfall seines Antriebs noch bewegt, vom Wind weiterbewegt werde. Darüber hinaus konnte man nicht verstehen, daß die Luft neben ihrer Rolle als Bewegter von Dingen gleichzeitig diesen Dingen einen Widerstand entgegensetzen kann. Im 6. Jahrhundert wurde von **Johannes Philoponos** eine neue Theorie, die später sogenannte «Impetus-Theorie» entwickelt, die davon ausging, daß der Werfer dem geworfenen Ding eine Kraft, einen Schwung (impetus) einverleibt, der sich selbständig während des Fluges verringert. ...

Besonders **William Ockham** (1284-1349), **Thomas Bradwardine** (gest. 1349), **Jean Buridan** (gest. nach 1358) und **Nicole d'Oresme** (ca. 1325-

1382) entwickelten die Kritik an der aristotelischen Kinematik weiter. **Jean Buridan** hat eine **Impetus-Theorie** detailliert ausgearbeitet. In seinem Kommentar zur Physik des Aristoteles «Questiones super Octo Libros Physicorum» heißt es:

«Darum scheint mir, wir müssen schließen, daß ein Bewegter, wenn er einen Körper hewegt, diesem einen bestimmten **Impetus** aufdrückt, eine bestimmte Kraft, die diesen Körper in der Richtung weiterzubewegen vermag, die ihm der Bewegter gegeben hat, sei es nach oben, nach unten, seitwärts oder im Kreis. Der mitgeteilte Impetus ist in dem gleichen Maße kraftvoller, je größer der Aufwand an Kraft ist, mit dem der Bewegter dem Körper Geschwindigkeit verleiht. Durch diesen Impetus wird der Stein weiterbewegt, nachdem der Werfer aufgehört hat, ihn zu bewegen. Aber wegen des Widerstandes der Luft und auch der Schwerkraft des Steins, die ihn ständig in eine dem Streben des Impetus entgegengesetzte Richtung zwingen möchte, wird der Impetus immer schwächer. Darum muß die Bewegung des Steines allmählich immer langsamer werden. Schließlich ist der Impetus so weit geschwächt oder vernichtet, daß die Schwerkraft des Steines überwiegt und den Stein abwärts zu seinem natürlichen Ort bewegt.

Man kann, glaube ich, diese Erklärung akzeptieren, weil die anderen Erklärungen nicht richtig zu sein scheinen, während alle Phänomene mit dieser übereinstimmen.»

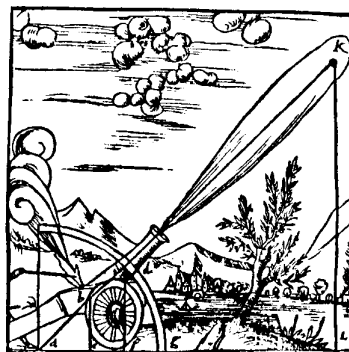


Abb. 9: Die **Wurfbewegung** in der aristotelischen Physik

Wird ein Körper geworfen oder abgeschossen (ein Stein etwa oder eine Kanonenkugel), so wird ihm nach Aristoteles eine künstliche Bewegung aufgezwungen. Sobald der Körper die Hand oder Kanone verläßt, wird er von der Luft weiterbewegt, die ihrerseits vom Bewegter in Bewegung versetzt wurde. Ist die Bewegung der Luft erschöpft, so folgt der Körper seiner natürlichen Bewegung, die auf den Erdmittelpunkt gerichtet ist, und fällt senkrecht herab. *Philoponos* (6. Jh.) und *Jean Buridan* (14. Jh.) entwickelten eine «Impetus-Theorie», nach der die Kraft oder der Schwung (impetus) der Bewegung nicht an das umgebende Medium des geworfenen Körpers weitergegeben wird, sondern in den Körper selbst übergeht. *Niccolò Tartaglia* findet dann um 1540, daß die Wurfbewegung überall gekrümmt ist.

## 1. Das Trägheitsmodell von GALILEO GALILEI (etwa 1638)

Aristoteles' Ansicht, daß schwere Körper schneller fallen als leichte Körper, hatte Galilei mit plausiblen Gedankenexperimenten widerlegt. Wie stand es nun mit der Behauptung, daß zur Aufrechterhaltung einer Bewegung eine ständige Kraft nötig ist?

«Aristoteles **schien** hier recht zu haben; denn wie die **Erfahrung** lehrt, kommen tatsächlich alle Körper früher oder später zur Ruhe, wenn sie nicht ständig angetrieben werden. Allerdings ist auch überall die Reibung am Werk. Macht man sie kleiner, so dauert die Bewegung länger an. Eine angestoßene Kugel beispielsweise kommt auf einer waagrechten, rauhen Unterlage rasch zur Ruhe. Auf einer glatten Unterlage rollt sie schon sehr viel weiter. Kein Zweifel also, die Reibung bremst! Was aber macht die Kugel, wenn keine Reibung vorhanden ist? Kommt sie auch zur Ruhe, vielleicht erst nach sehr langem Lauf?

Da wir nicht in der Lage sind, die Reibung völlig zu beseitigen und den Lauf der Kugel beliebig lange zu verfolgen, ist diese Frage durch das Experiment nicht zu beantworten. Dennoch fand Galilei durch eine sehr geistreiche Überlegung die Lösung des Problems.

Galilei bemerkte - man sagt, angeregt durch einen im Dom zu Pisa schaukelnden Kronleuchter -, daß ein **Pendel**, wenn es nach einer Seite ausgelenkt und losgelassen wird, auf der anderen Seite fast bis zu seiner Anfangshöhe wieder emporsteigt. Daran ändert sich auch nichts, wenn der Pendelfaden beim Hinüberschwingen durch ein Hindernis, etwa durch einen eingeschlagenen Nagel, abgelenkt wird (siehe **Bild 1**). Offenbar ist es also dem Widerstand der Luft und des Fadens, aber nicht der Bahn des Pendelkörpers zuzuschreiben, daß die Anfangshöhe nicht mehr präzise erreicht wird. Wären diese Widerstände nicht vorhanden, würde das schwingende Pendel seine Anfangshöhe exakt erreichen. Dasselbe wäre auch zu beobachten, wenn der Pendelkörper nicht durch einen Faden, sondern von einer entsprechend gebogenen **Rinne** reibungsfrei geführt würde (siehe **Bild 2**).

Da man sich eine derartige Rinne aus sehr vielen schiefen, Ebenen zusammengesetzt denken kann, betrachtet Galilei nun einen Körper, welcher auf einer schiefen Ebene herabgleitet und mit der erlangten Endgeschwindigkeit auf einer zweiten schiefen Ebene wieder aufsteigt. Der Körper muß dann, falls von der Reibung abgesehen wird, genau bis zu seiner Anfangshöhe aufsteigen, gleichgültig wie groß die Neigung der schiefen Ebene ist.

Nun denkt sich Galilei die Neigung der zweiten schiefen Ebene kleiner und kleiner gemacht (siehe **Bild 3**). Stets wird der Körper auf seine alte Höhe hinaufklettern. Die Bahn und die Laufzeit freilich werden dabei länger und länger und die Verzögerung kleiner und kleiner. Hierauf geht Galilei zum Grenzfall über, zur Waagrechten. Wenn sich der Körper konsequent verhält, so muß er jetzt mit konstanter Geschwindigkeit unaufhörlich weiterlaufen, sich also auf geradliniger Bahn gleichförmig dahinführen, ganz im Gegensatz zur Behauptung des Aristoteles. Galilei kommt zu der wichtigen Erkenntnis:

### Trägheitssatz

Ein Körper, auf den keine Kraft wirkt, verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung auf geradliniger Bahn.

Eine schwerelose Flintenkugel würde also im luftleeren Raum geradlinig in Richtung des Flintenlaufes fortfliegen und sich mit konstanter Geschwindigkeit beliebig lange weiterbewegen. Sie benötigt demnach nicht die Luft als antreibendes Mittel, wie Aristoteles glaubte. Ganz im Gegenteil! Die Luft würde die Bewegung allmählich abbremsen.

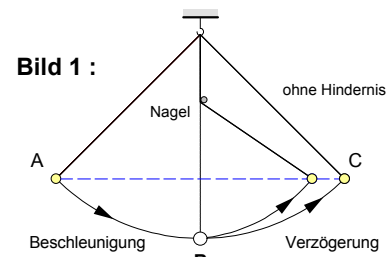
Aristoteles war bestrebt, die komplizierten Naturerscheinungen, so wie sie vor unseren Sinnen ablaufen, direkt in Gesetze zu fassen. Galilei dagegen untersuchte mit gezielten Experimenten zunächst nur einfache Spezialfälle und tastete sich so allmählich an die niemals beobachtbaren Idealfälle heran. An diesen las er die Gesetze ab und leitete daraus umgekehrt die komplizierten Erscheinungen der beobachtbaren Welt her. Aristoteles' Weg erwies sich als nicht gangbar. Galileis Methode dagegen führte bis zum heutigen Tage zu einer Fülle neuer Erkenntnisse. So wurde er - und nicht Aristoteles - zum Begründer der heutigen Physik.

Die einfachen Spezialfälle sind es also, die untersucht werden müssen. Das ist der tiefere Grund, warum man in der Physik so wirklichkeitsfremde Situationen, wie z. B. das Ableiten eines Körpers auf der schiefen Ebene unter Vernachlässigung der Reibung oder den freien Fall unter Außerachtlassung des Luftwiderstandes, betrachtet. Es sind dies die einfachsten Elemente, aus denen sich die Erscheinungen der Umwelt zusammensetzen lassen.»

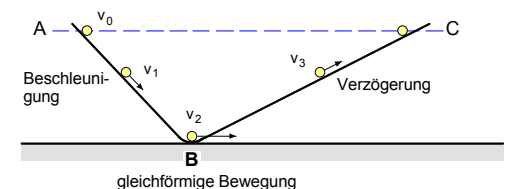
Quelle : R.Sexl u.a., Das mechanische Universum, Frankfurt a.M. 1980, S.17 f.



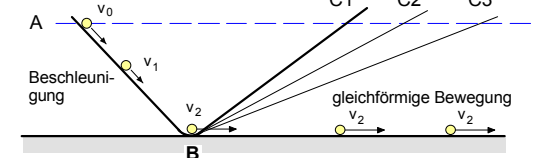
**Abb. 1 :** Galileo Galilei wurde 1564 in Pisa geboren. Hier studierte Medizin, Mathematik und Physik. Mit 25 Jahren wurde er Mathematikprofessor in Pisa, 1592 ging er an die Universität zu Padua. Dort entwickelte er ein Fernrohr, mit dem er u.a. die Oberflächenstruktur des Mondes und die Monde des Jupiter entdeckte, und bekannte sich erstmals zum Weltbild des Kopernikus, das er fortan vehement verteidigte. Deshalb wurde ihm von der Inquisition der Prozeß gemacht, er mußte abschwören und wurde 1633 zu lebenslanger Haft verurteilt (siehe dazu die Pressemeldung unten). 1642 starb Galilei in seiner Verbannung in Arcetri bei Florenz.



**Bild 2 :**



**Bild 3 :**



## Die Erde darf um die Sonne kreisen

### Papst Johannes II. rehabilitiert Galilei - Als Ketzer verurteilt

ROM (ap). Fast 360 Jahre nach der Verurteilung durch die Inquisition ist der italienische Physiker und Mathematiker Galileo Galilei von der katholischen Kirche offiziell rehabilitiert worden.

Papst Johannes Paul II. bekannte am Samstag vor Mitgliedern der vatikanischen Akademie der Wissenschaften, daß die Kirche geirrt habe, als sie Galilei am 22. Juni 1633 wegen seiner Lehre verurteilte, wonach die Erde um die Sonne kreise und nicht umgekehrt, wie nach damaliger offizieller Kirchenlehre.

Galilei hatte seiner der Lehre des Kopernikus entnommenen These abschwören müssen und war zu lebenslanger Haft verurteilt worden. Sie wurde später in Hausarrest umgewandelt.

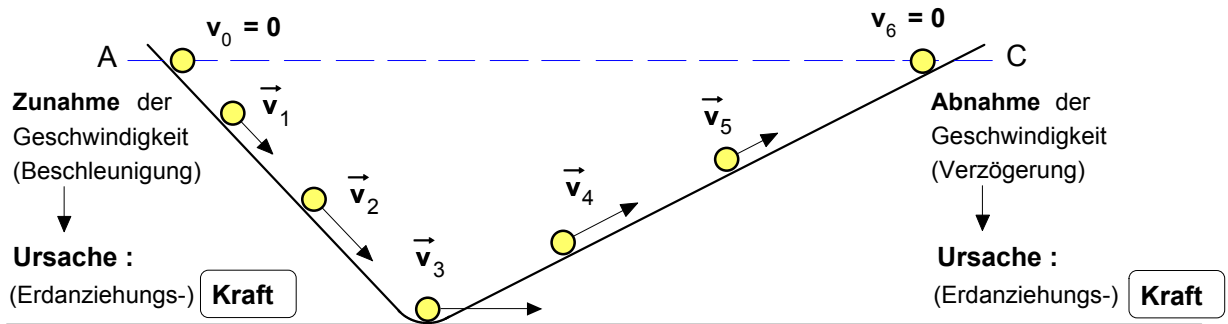
Die Erklärung des Papstes ist das Ergebnis dreizehnjähriger Beratungen und Untersuchungen einer von Johannes Paul ernannten Kommission. Die Verurteilung Galileis sei Ergebnis eines „tragischen gegenseitigen Nichtverstehens“ und sei in der Folgezeit zu einem Symbol der unterstellten Ablehnung des wissenschaftlichen Fortschritts durch die Kirche geworden, sagte der Pontifex maximus in seiner Rede in der Sala rega des Apostolischen Palastes.

Die Theologen der damaligen Zeit hätten in ihrer Annahme geirrt, daß der Wortsinn der Heiligen Schrift den physischen Zustand der Welt beschreibe, sagte Johannes Paul weiter. Der Fall Galilei sei sogar ein Beispiel für die Vereinbarkeit von Wissenschaft und Religion. Man habe damals nur nicht erkannt, daß es „zwei Reiche des Wissens gibt: eins, dessen Quelle die Offenbarung ist und eins, welches der Verstand durch eigene Kraft erkennen kann“.

Der Papst mahnte die Wissenschaftler besonders in Hinblick auf Biologie und Biogenetik, bei ihrer Forschung die spirituelle Seite des Menschseins nicht zu vergessen.

• Einige ergänzende Hinweise zum Trägheitsmodell von Galileo Galilei (etwa 1638)

1. Bewegungsformen einer Kugel auf einer reibungsfreien Kugelrinne (Modell)



Im Punkt B :

Keine Geschwindigkeitsänderung, d.h. die Geschwindigkeit ist an dieser Stelle konstant und die Bewegung damit gleichförmig.

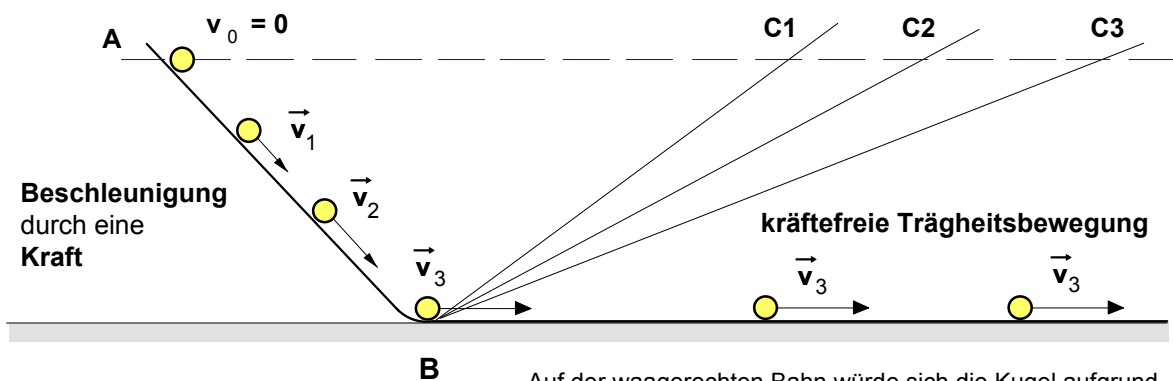
In Bewegungsrichtung wirkt keine Kraft, die Bewegung ist kräftefrei.

Ursache :

**Trägheit des Körpers**

2. Reibungsfreie Kugelrinne mit verschiedenen Neigungen der rechten schiefen Ebene

Auch wenn man die Neigung der rechten schiefen Ebene immer kleiner wählt, würde die Kugel stets wieder bis zu ihrer Anfangshöhe aufsteigen, wenn man von der Reibung absieht. Je geringer die rechte Bahn geneigt ist, desto länger werden die Bahn und die Laufzeit der Kugel und desto langsamer nimmt die Geschwindigkeit ab, d.h. die Verzögerung wird kleiner und kleiner. Neigt man die rechte Rinne schließlich so weit, daß sich eine **waagerechte Bahn** ergibt, so wäre die Verzögerung der Kugel unendlich klein, sie würde also keine Geschwindigkeitsänderung mehr erfahren und sich mit der im Punkt B erreichten Geschwindigkeit  $v_3$  **gleichförmig** (d.h. mit konstanter Geschwindigkeit) und **geradlinig** weiterbewegen, ohne je zum Stillstand zu kommen, denn auch in diesem Fall hätte sie das Bestreben, wieder bis zu ihrer Anfangshöhe aufzusteigen. Da sich die Kugel auf der waagerechten Bahn nicht aufgrund einer Kraftwirkung, sondern allein durch ihre Trägheit weiterbewegt, sprechen wir in diesem Fall von einer **kräftefreien Trägheitsbewegung**.



Auf der waagerechten Bahn würde sich die Kugel aufgrund ihrer Trägheit mit der in Punkt B erreichten Geschwindigkeit gleichförmig und geradlinig weiterbewegen.

► Aus diesen Überlegungen folgt für den **Begriff der Kraft**:

- Ein Körper, auf den **keine Kraft** wirkt und damit **kräftefrei** ist, verharrt im Zustand der **gleichförmigen geradlinigen Bewegung** oder der **Ruhe**. (Trägheitsprinzip von Newton)
- Wenn sich ein Körper im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung befindet, bedarf es einer **Kraft**, um diesen Zustand zu ändern. Die **Kraft** ist demnach die **Ursache** der **Bewegungsänderung** (Beschleunigung, Verzögerung oder Richtungsänderung) von Körpern.

## 2. Zum **Begriff** der **Kraft** in der Mechanik von **NEWTON**

Während die **aristotelische Physik** in Anlehnung an Alltagserfahrungen von der Annahme ausging, **jede** Bewegung, also auch die gleichförmige Bewegung, bedürfe einer Kraft als Ursache, entwickelten **GALILEI** (1564-1642) und **NEWTON** (1643-1727) die Vorstellung, daß in eine mechanische Theorie die **Idee** einer **kräftefreien gleichförmigen geradlinigen Bewegung** (=Trägheitsbewegung) aufzunehmen sei. Diese Idee ist **spekulativ**, denn eine gleichförmige geradlinige Bewegung eines Körpers, auf den **keinerlei Kräfte** einwirken, hat noch niemand beobachtet. Sie stimmt insofern auch mit unserer Erfahrung **nicht** überein.

Dazu zunächst ein kleines Gedankenexperiment:

Wenn wir eine auf einem Nadelfilzteppichboden liegende Holzkugel kurz anstoßen und damit in Bewegung setzen, so kommt der Körper nach relativ kurzer Zeit wieder zur Ruhe, d.h. die Geschwindigkeit verringert sich relativ rasch. Wiederholen wir unser Experiment, indem wir eine genauso große und genauso schwere, jetzt allerdings glatt lackierte Holzkugel auf einer polierten, ebenen und genau waagrecht angeordneten Glasplatte kurz anstoßen, so können wir beobachten, daß die Kugel sich geradlinig bewegt und ihre Geschwindigkeit nur sehr wenig abnimmt. Wir führen diesen Unterschied auf die besondere Beschaffenheit der Oberflächen und die dadurch bedingte unterschiedliche *Reibung* zwischen der Kugel und der Rollfläche zurück.

**Was würde nun geschehen**, wenn man von den Besonderheiten der Oberflächen einmal absieht, **wenn also keine Reibung vorhanden wäre** und damit auch keine Reibungskräfte wirken würden? „Die Antwort liegt nahe, daß sich der Körper dann geradlinig und gleichförmig, d.h. mit unverminderter Geschwindigkeit, weiterbewegen würde. Nun ist es aber unmöglich, einen Körper jedem Krafteinfluß zu entziehen. Daher hat noch niemand eine solche Bewegung beobachtet. Dennoch wird behauptet, daß diese geradlinig gleichförmige Bewegung kräftefrei erfolgt und daß umgekehrt ein Körper auf den keine Kräfte einwirken, sich in Ruhe befindet oder sich geradlinig gleichförmig bewegt, wenn er einmal in Bewegung gesetzt wurde. Dann müßten im anderen Falle, wenn der Körper von der geradlinig gleichförmigen Bewegung abweicht, d.h. seine Geschwindigkeit ändert, indem er sich schneller oder langsamer bewegt oder seine Richtung ändert, Kräfte am Werk sein. Umgekehrt müßte sich jeder Krafteinfluß durch Änderung des Bewegungszustandes des Körpers, also durch eine Geschwindigkeitsänderung, bemerkbar machen, sei es, daß die Geschwindigkeit ihren Betrag ändert oder ihre Richtung oder beides.

Die entscheidende Wende in der Betrachtungsweise und Fragestellung bei **NEWTON** liegt also darin, daß er erkannte, daß **nicht nach der Ursache der Geschwindigkeit** eines Körpers gefragt werden muß, **sondern** das Augenmerk auf die **Geschwindigkeitsänderungen** und die **Kräfte, die solche Geschwindigkeitsänderungen verursachen**, zu richten ist.“ (aus: W.Kuhn, Mechanik, Braunschweig 1973, S.64 f.)

Zusammenfassung der wesentlichen **Bestimmungen** des **Kraftbegriffs** in der von **NEWTON** und **GALILEI** begründeten **klassischen Mechanik**

- Die **Kraft** ist die **Ursache** für die **Bewegungsänderung** eines Körpers und damit die Ursache für die **Abweichung** von der **geradlinigen und gleichförmigen** Bewegung.
- Die geradlinig **gleichförmige** Bewegung ist **kräftefrei** und damit vom **Ruhezustand** in dieser Hinsicht nicht zu unterscheiden.
- Wenn ein Körper sich im Zustand der **Ruhe** oder der geradlinig **gleichförmigen Bewegung** befindet, bedarf es einer **Kraft**, um diesen Zustand zu **ändern**.
- Jeder Körper ist **träge**. Sofern er sich geradlinig und **gleichförmig** bewegt, führt er eine **Trägheitsbewegung** aus, d.h. ohne die Einwirkung von **Kräften** ändern sich weder der **Betrag** der Geschwindigkeit noch die **Richtung** der Bewegung.

**Fazit:** Die **Kraft** ist die **Ursache** für die **Abweichung** von der **Trägheitsbewegung** und damit zugleich die **Ursache** für die **Bewegungsänderung** (Beschleunigung, Verzögerung oder Richtungsänderung) eines Körpers.

## 3. Das **Trägheitsprinzip** (1. Axiom der **NEWTONSchen** Theorie)

»Jeder Körper beharrt in seinem **Zustande der Ruhe** oder der **gleichförmigen geradlinigen Bewegung**, wenn er nicht durch einwirkende **Kräfte** gezwungen wird, seinen Zustand zu **ändern**.«

4. Die Bestimmung der Größe einer Kraft durch das Dynamische Grundgesetz

a) Kraft F und Bewegungsänderung a (Beschleunigung oder Verzögerung)

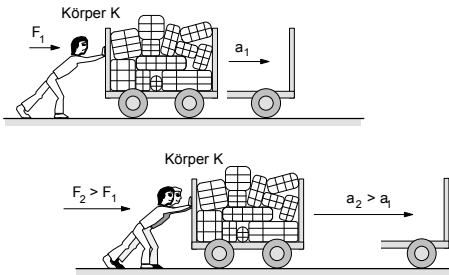


Bild 1

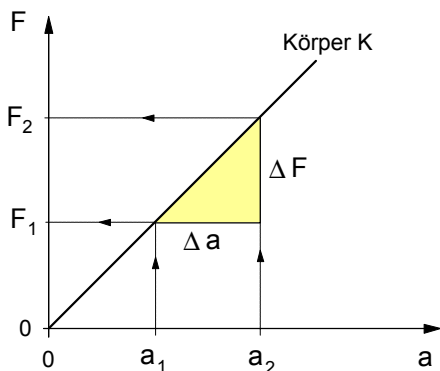


Bild 2

Nach dem 1.Axiom von NEWTON (**Trägheitsprinzip**) weicht ein Körper dann von "der gleichförmigen geradlinigen Bewegung" ab, wenn er dazu durch "einwirkende **Kräfte** gezwungen wird". Demnach ist die **Kraft** die **Ursache** für die Abweichung von der gleichförmigen und geradlinigen Trägheitsbewegung und damit für die **Beschleunigung** (oder Verzögerung) eines Körpers. Oder umgekehrt: Die **Wirkung** der **Kraft** äußert sich in der Beschleunigung (oder Verzögerung) eines Körpers. Die Kraft selbst kann nicht wahrgenommen werden, gleichwohl aber ihre Wirkung: Daß ein Körper sich beschleunigt bewegt, läßt sich wahrnehmen und durch entsprechende Weg- und Zeitmessungen auch quantitativ bestimmen. Daher hat NEWTON die jeweilige **Beschleunigung a** eines Körpers als **Maß** für die jeweils auf ihn einwirkende **Kraft F** definiert und in seinem 2.Axiom festgelegt: "Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft **proportional**", d.h.:

$$F \sim a$$

Demnach ist der Graph in dem Kraft-Beschleunigungs-Diagramm eines Körpers eine Gerade deren Steigung durch das konstante Steigungsmaß  $\Delta F/\Delta a$  bestimmt ist. Der konstante Quotient  $\Delta F/\Delta a$  gibt dabei an, welche Kraftänderung  $\Delta F$  erforderlich ist, um bei einem **bestimmten** Körper K die Beschleunigungsänderung  $\Delta a$  zu bewirken.

b) Beschleunigung, Trägheit und Masse eines Körpers

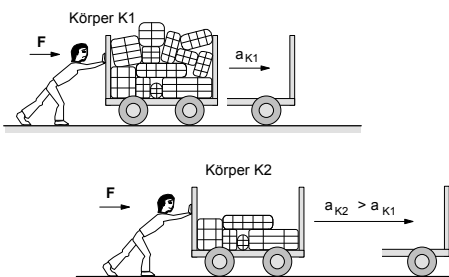


Bild 3

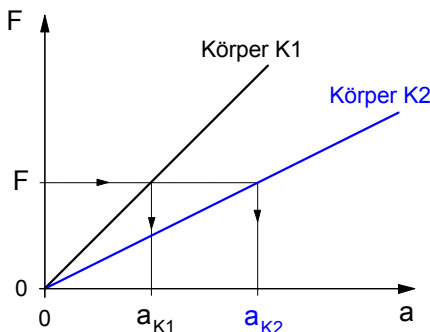
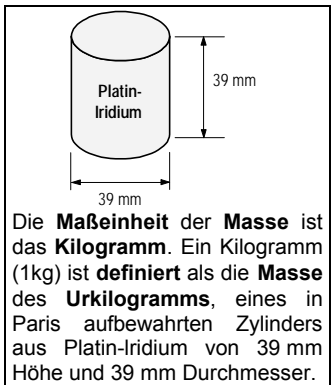


Bild 4

Die Beschleunigung **a**, die einem bestimmten Körper bei einer **gegebenen** Kraft **F** erteilt wird, ist abhängig von seiner **Trägheit**, also dem Widerstand, den er der Änderung des jeweiligen Bewegungszustandes entgegensetzt. So ist der in den Bildern 3 und 4 dargestellte Körper K1 **träger** als der Körper K2. Denn ein und dieselbe Kraft **F** bewirkt bei ihm eine kleinere Beschleunigung ( $a_{K1}$ ) als bei dem weniger trägen Körper K2 ( $a_{K2}$ ). Die größere **Trägheit** von Körper K1 ist bedingt durch die größere **Menge** an **Materie**, die in ihm enthalten ist. Die **Materiemenge** eines Körpers wird auch als **Masse** bezeichnet. Solange ein Körper während der Bewegung seine Masse **m** nicht ändert, bleibt auch seine Trägheit konstant. Unter dieser Voraussetzung kann der für einen bestimmten Körper konstante Quotient  $\Delta F/\Delta a$  als Ausdruck seiner Trägheit und damit seiner Masse gedeutet werden. Insofern läßt sich die **Masse m** als **Maß für die Trägheit** eines Körpers bestimmen. Es gilt demnach :

$$\frac{\Delta F}{\Delta a} = m$$

Setzen wir diesen Ausdruck als konstanten Proportionalitätsfaktor in die obige Beziehung  $F \sim a$  ein, so ergibt sich:



Die **Maßeinheit** der **Masse** ist das **Kilogramm**. Ein Kilogramm (1kg) ist **definiert** als die **Masse** des **Urkilogramms**, eines in Paris aufbewahrten Zylinders aus Platin-Iridium von 39 mm Höhe und 39 mm Durchmesser.

c) Das dynamische Grundgesetz gemäß dem 2. Axiom von NEWTON

Die **Größe** einer **Kraft F**, die einen Körper mit der Masse **m** beschleunigt, ist bestimmt durch das **Produkt** aus der **Masse m** des Körpers und seiner jeweiligen **Beschleunigung a**.

$$F = m \cdot a$$

### 5. Wiederholung: Das 1. und 2. Newtonsche Axiom (Axiom = Grundsatz, Prinzip)

#### • Trägheitsprinzip (1. Axiom von Newton)

Jeder Körper beharrt im Zustand der **Ruhe** oder der **gleichförmigen geradlinigen Bewegung**, wenn er nicht durch einwirkende **Kräfte** gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

► Daraus folgt für den Begriff der **Kraft** :

Die **Kraft** ist die **Ursache** der **Bewegungsänderung** von Körpern, d.h. die Ursache der Änderung des **Betrages** der Geschwindigkeit oder der **Richtung** der Bewegung.

#### • Prinzip zur Bestimmung der Größe einer Kraft (2. Axiom von Newton)

Die **Änderung** der **Bewegung** eines Körpers (Beschleunigung oder Verzögerung) ist der Einwirkung der bewegendes **Kraft** (d.h. der Ursache der Bewegungsänderung) **proportional**.

$$F \sim a$$

► Daraus folgt für die Bestimmung der Größe einer Kraft (**Dynamisches Grundgesetz**) :

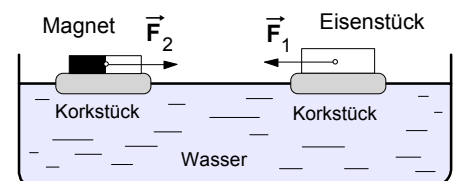
Die **Kraft F**, die einen Körper beschleunigt, ist gleich dem **Produkt** aus der **Masse m** (als Maß für die Trägheit) des Körpers und seiner **Beschleunigung a**.

$$F = m \cdot a$$

### 6. Wechselwirkung zwischen zwei Körpern

Zur Demonstration der Wechselwirkung zwischen zwei Körpern hat *Newton* folgenden Versuch angegeben:

Ein Magnet und ein Eisenstück schwimmen je auf einem Korkstück im Wasser. Eisenstück und Magnet bewegen sich aufeinander zu und bleiben nach dem Zusammentreffen in Ruhe.



**Schlußfolgerungen von Newton:** Nicht nur der Magnet zieht das Eisenstück an, sondern auch umgekehrt zieht das Eisenstück den Magneten an. Ferner sind die beiden Anziehungskräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  entgegengesetzt gerichtet und haben gleiche Beträge, also ist  $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ , denn wäre z.B. der Betrag der Kraft  $\vec{F}_1$  größer als der Betrag der Kraft  $\vec{F}_2$ , dann müßte sich beide Körper nach dem Zusammentreffen unter dem Einfluß des Kraftüberschusses ( $\Delta F = F_1 - F_2$ ) gemeinsam in Richtung der größeren Kraft  $\vec{F}_1$  weiterbewegen.

#### • Wechselwirkungsprinzip oder Reaktionsprinzip (3. Axiom von Newton)

Die **Wirkung** ist stets der **Gegenwirkung** gleich, oder: die Wirkungen zweier Körper aufeinander sind stets gleich und von entgegengesetzter Richtung. Bezogen auf Kräfte heißt dies: Wenn ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft  $\vec{F}_1$  ausübt, so übt der Körper B auf den Körper A **stets** eine Gegenkraft  $\vec{F}_2$  aus, die **gleich groß** und **entgegengesetzt** gerichtet ist.

#### • Beispiele zum Wechselwirkungsprinzip

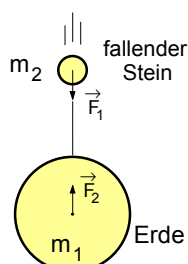


Bild 1

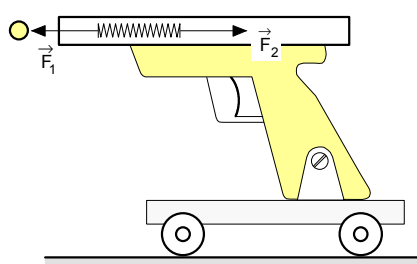


Bild 2

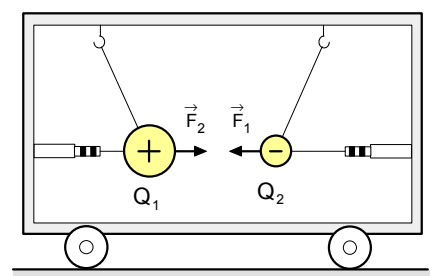


Bild 3

7. Als Zusammenfassung: Die drei Newton-Axiome der Mechanik im (übersetzten) Original <sup>1)</sup>

## Grundsätze oder Gesetze der Bewegung.

### 1. Gesetz. *Jeder Körper beharrt in seinem Zustande der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.*

Geschosse verharren in ihrer Bewegung, insofern sie nicht durch den Widerstand der Luft verzögert und durch die Kraft der Schwere von ihrer Richtung abgelenkt werden. Ein Kreisel, dessen Theile vermöge der Cohäsion sich beständig aus der geradlinigen Bewegung entfernen, hört nur insofern auf, sich zu drehen, als der Widerstand der Luft (und die Reibung) ihn verzögert. Die grossen Körper der Planeten und Kometen aber behalten ihre fortschreitende und kreisförmige Bewegung, in weniger widerstehenden Mitteln längere Zeit bei.

### 2. Gesetz. *Die Aenderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.*

Wenn irgend eine Kraft eine gewisse Bewegung hervorbringt, so wird die doppelte eine doppelte, die dreifache eine dreifache erzeugen; mögen diese Kräfte zugleich und auf einmal, oder stufenweise auf einander folgend einwirken. Da diese Bewegung immer nach demselben Ziele, als die erzeugende Kraft gerichtet ist, so wird sie, im Fall dass der Körper vorher in Bewegung war, entweder, wenn die Richtung übereinstimmt, hinzugefügt oder, wenn sie unter einem schiefen Winkel einwirkt, mit ihr nach den Richtungen beider zusammengesetzt.

### 3. Gesetz. *Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich, oder die Wirkungen zweier Körper auf einander sind stets gleich und von entgegengesetzter Richtung.*

Jeder Gegenstand, welcher einen anderen drückt oder zieht, wird eben so stark durch diesen gedrückt oder gezogen. Drückt Jemand einen Stein mit dem Finger, so wird dieser vom Steine gedrückt. Zieht ein Pferd einen an ein Seil befestigten Stein fort, so wird das erstere gleich stark gegen den letzteren zurückgezogen, denn das nach beiden Seiten gespannte Seil wird durch dasselbe Bestreben schlaff zu werden, das Pferd gegen den Stein und diesen gegen jenes drängen; es wird eben so stark das Fortschreiten des einen verhindern, als das Fortrücken des andern befördern. Wenn irgend ein Körper auf einen andern stösst und die Bewegung des letztern irgendwie verändert, so wird ersterer, in seiner eigenen Bewegung dieselbe Aenderung, nach entgegengesetzter Richtung, durch die Kraft des andern (wegen der Gleichheit des wechselseitigen Druckes) erleiden. Diesen Wirkungen werden die Aenderungen nicht der Geschwindigkeiten, sondern der Bewegungen nämlich bei Körpern, welche nicht anderweitig verhindert sind, gleich. Die Aenderungen der Geschwindigkeiten, nach entgegengesetzten Richtungen, sind nämlich, weil die Bewegungen sich gleich ändern, den Körpern umgekehrt proportional. Es gilt dieses Gesetz auch bei den Anziehungen, wie in der nächsten Anmerkung gezeigt werden wird.

#### Zusatz 1. *Ein Körper beschreibt in derselben Zeit, durch Verbindung zweier Kräfte die Diagonale eines Parallelogrammes, in welcher er, vermöge der einzelnen Kräfte die Seiten beschrieben haben würde.*

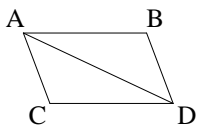
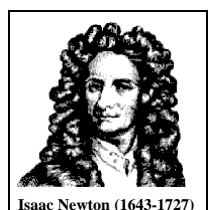


Fig. 1.

Wird der Körper durch die Kraft M allein von A nach B, und durch die Kraft N allein von A nach C gezogen, so vollende man das Parallelogramm ABDC, und es wird der Körper durch beide vereinten Kräfte in derselben Zeit von A nach D gezogen. Da nämlich die Kraft N längs der Linie AC-BD wirkt, so wird diese Kraft nach dem 2. Gesetz nichts an der Geschwindigkeit ändern, mit welcher sich der Körper, vermöge der Kraft M, jener Linie BD nähert. Der Körper wird daher in d e r s e l b e n Zeit zur Linie BD gelangen, die Kraft N mag einwirken oder nicht, und wird daher am Ende jener Zeit sich irgendwo auf BD befinden. Auf dieselbe Weise folgt, dass er am Ende jener Zeit sich irgendwo auf der Linie CD befinden wird; er muss sich also nothwendig im Punkte D, wo beide Linien zusammentreffen, befinden. Nach dem 1. Gesetz wird er geradlinig von A nach D fortgehen.

#### Zusatz 2. *Hieraus ergibt sich die Zusammensetzung der geradlinig wirkenden Kräfte AD, aus irgend welchen zwei schiefwirkenden AB und BD und umgekehrt die Zerlegung einer geradlinigen Kraft AD in die beliebigen schiefen AB und BD. Diese Zusammensetzung und Zerlegung wird in der Mechanik vollständig bestätigt.*

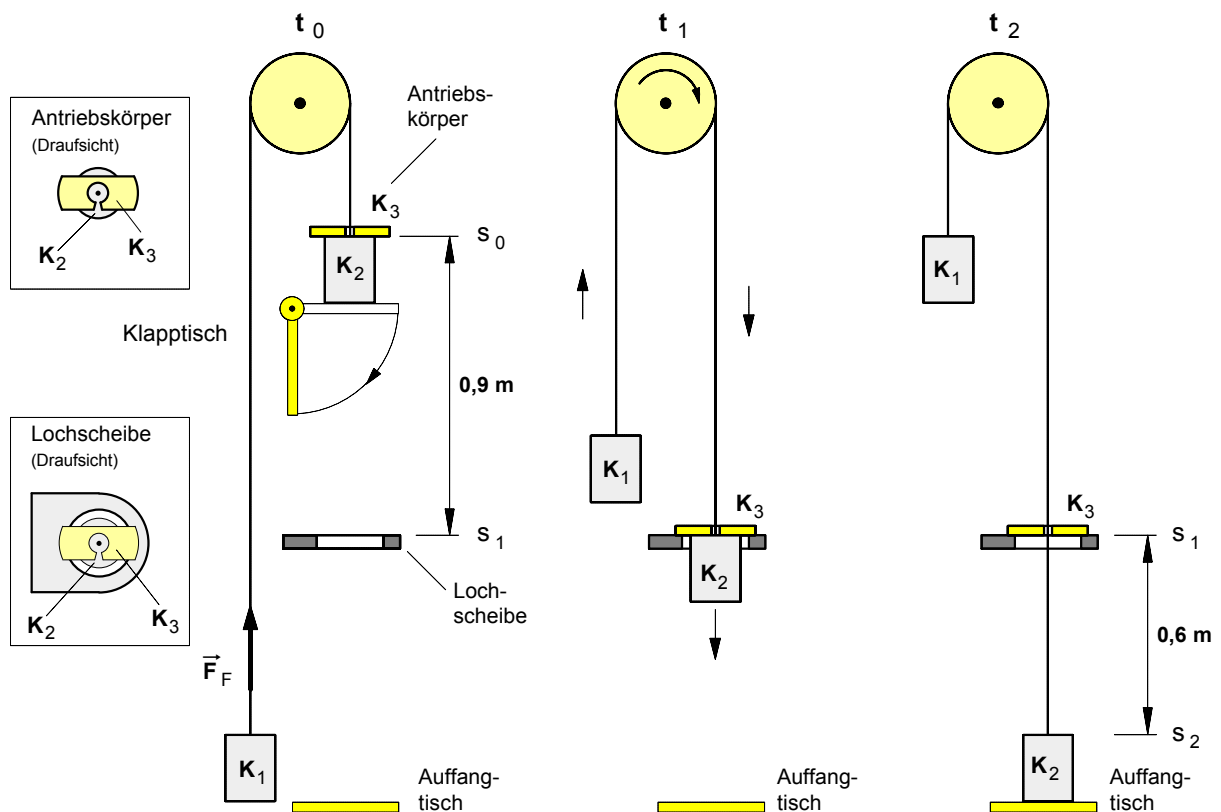


Isaac Newton (1643-1727)

<sup>1)</sup> Quelle: Isaac Newton, Mathematische Prinzipien der Naturlehre, Erstausgabe: Cambridge 1686, Nachdruck der Ausgabe Berlin 1872, hrsg. von J. Ph. Wolfers, Darmstadt 1963, S. 32 f.. Das Original der Erstausgabe ist in lateinischer Sprache geschrieben. Die Rechtschreibung entspricht der deutschen Wolfers-Ausgabe von 1872.

1. Der Antriebskörper  $K_3$  in der folgenden schematischen Darstellung einer **Atwoodschen Fallmaschine** hat eine Masse  $m_3 = 20$  g. Die Massen der an den Fadenenden befestigten Körper  $K_1$  und  $K_2$  betragen jeweils  $490$  g. Im Zeitpunkt  $t_0$  wird die Fallbewegung gestartet, indem der Klapptisch nach unten geklappt wird. Im Zeitpunkt  $t_1$  erreicht der Antriebskörper die Lochscheibe und wird von ihr abgehoben. (Die Reibung sowie die Faden- und Rollenmasse seien vernachlässigbar. Rechnen Sie der Einfachheit halber mit  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.)

- a) Welche Kraft  $F_F$  wirkt in der Zeit von  $t_0$  bis  $t_1$  und in der Zeit von  $t_1$  bis  $t_2$  in dem Faden?  
 b) Nach welcher Fallzeit  $t_2$  und mit welcher Geschwindigkeit  $v_2$  trifft der Körper  $K_2$  auf dem Auffangtisch auf?



2. Ein reibungsfrei gelagerter Körper wird auf einer geraden, horizontalen Bahn unter dem Einfluß einer parallel zur Bahn wirkenden konstanten Kraft von  $F = 48$  N aus dem Ruhezustand heraus beschleunigt. Nach der Zeit  $t = 10$  s hat er einen Weg von  $s = 30$  m zurückgelegt. Wie groß ist seine **Masse**? [80 kg]

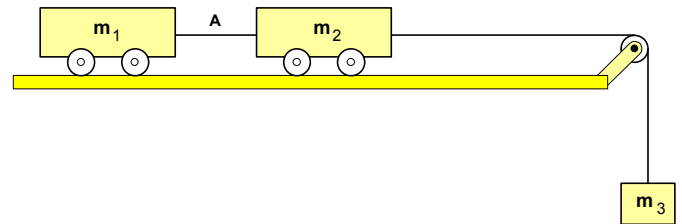
3. Ein reibungsfrei gelagerter Körper hat die Masse  $m = 25$  kg. Er wird aus dem Ruhezustand während der Zeit  $t_1 = 0,8$  s mit der Kraft  $F = 100$  N längs seiner geraden Bahn beschleunigt. Nach dieser Zeit gleitet er kräftefrei weiter. Welche **Zeit t** benötigt er insgesamt, um die Wegstrecke  $s = 4$  m zurückzulegen? [1,65 s]

4. Ein Fahrzeug mit der Masse  $m = 850$  kg wird auf einer horizontalen Straße durch eine konstante Kraft in der Zeit  $t = 15$  s von  $60$  km/h auf  $120$  km/h beschleunigt. Die Reibung soll nicht berücksichtigt werden. Wie groß ist die beschleunigende Kraft  $F_B$ ? [944 N]

5. Bei Weltraumspaziergängen außerhalb von Raumstationen muß damit gerechnet werden, daß herumschwirrende Kleinmeteoriten mit hoher Geschwindigkeit auf die Helme der Astronauten aufprallen. Zur Abschätzung der Helmbelastung wird angenommen, daß Meteoriten mit einer Masse von  $m = 0,6$  g mit einer Aufprallgeschwindigkeit von  $v_0 = 4 \cdot 10^4$  m/s auftreffen könnten. Mit welcher Kraft müßte ein solcher Meteorit von der Außenwand des Helmes gleichmäßig abgebremst werden, wenn der Helm ohne zu reißen an der Aufschlagstelle  $s = 0,8$  mm tief eingedellt werden kann. [ $600 \cdot 10^6$  N]



6. Zwei Wagen mit den Massen  $m_1 = m_2 = 200 \text{ g}$  werden auf einer nahezu reibungsfreien Rollenfahrbahn durch den Antriebskörper mit der Masse  $m_3 = 20 \text{ g}$  beschleunigt.



- a) Berechnen Sie die Beschleunigung des Wagen-  
gespanns.  $[0,47 \text{ m/s}^2]$
- b) Auf welchen Wert würde sich die Beschleunigung ändern, wenn der Faden an der Stelle A reißt?  $[0,89 \text{ m/s}^2]$

7. Ein Körper mit einer Masse von  $10 \text{ kg}$  wird von der Erde zum Mond gebracht. Die Fallbeschleunigung auf dem Mond beträgt  $g_M = 1,61 \text{ m/s}^2$ .

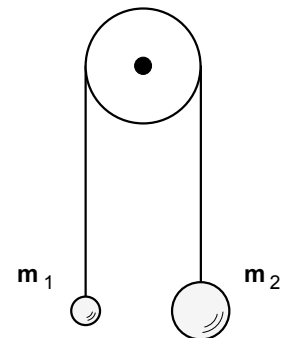
- a) Auf welchen Wert ändert sich die **Gewichtskraft** des Körpers ?  $[\text{von } 98,1 \text{ N auf } 16,1 \text{ N}]$
- b) Welche **Fallzeiten** benötigt der Körper für eine Fallhöhe von  $30 \text{ m}$  auf der Erde und auf dem Mond ?

8. Auf zwei annähernd reibungsfrei gleitende Körper mit den Massen  $m_1 = 200 \text{ kg}$  und  $m_2 = 300 \text{ kg}$  wirkt jeweils eine konstante Kraft von  $50 \text{ N}$ .

- a) Welche **Geschwindigkeiten** erreichen die Körper nach einer Beschleunigungszeit von jeweils  $1 \text{ Minute}$  ?
- b) Welche **Wege** haben sie dann jeweils zurückgelegt ?  $[450 \text{ m und } 300 \text{ m}]$

9. Ein Pkw mit der Masse  $m = 1,5 \text{ t}$  fährt mit der Geschwindigkeit  $36 \text{ km/h}$  und wird innerhalb von  $3 \text{ Sekunden}$  bis zum Stillstand abgebremst. Welche **Bremskraft** ist dazu erforderlich, wenn die Reibung vernachlässigt wird ?  $[-5000 \text{ N}]$

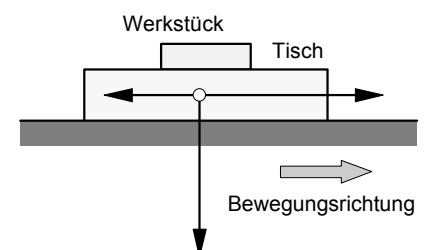
10. Zwei Kugeln mit den Massen  $m_1 = 5 \text{ kg}$  und  $m_2 = 15 \text{ kg}$  werden an einen über eine Rolle laufenden Faden aufgehängt und dann losgelassen (siehe die Abb. rechts). Die Massen der Rolle und des Fadens sowie die Reibung sind vernachlässigbar. Welche **Beschleunigung** erfahren die Kugeln ?  $[4,91 \text{ m/s}^2]$



zu Aufgabe 10

11. Ein Wagen mit der Masse  $m = 2000 \text{ kg}$  soll auf einer waagerechten Straße mit  $a = 0,4 \text{ m/s}^2$  beschleunigt werden. Die Fahrwiderstandszahl (in der der Rollwiderstand und die Achsreibung berücksichtigt ist) beträgt  $\mu = 0,05$ . Berechnen Sie die erforderliche **Antriebskraft**.  $[1781 \text{ N}]$

12. Der Tisch einer Hobelmaschine hat mit dem aufgespannten Werkstück zusammen die Masse  $m = 240 \text{ kg}$ . Beim Rücklauf wird der Tisch in einer Zeit von  $t = 1,2 \text{ s}$  auf die Geschwindigkeit  $v = 42 \text{ m/min}$  gleichmäßig beschleunigt. Die Gleitreibungszahl zwischen Tisch und Führung beträgt  $\mu = 0,06$ . Berechnen Sie die während der Beschleunigung erforderliche **Antriebskraft**.  $[281 \text{ N}]$

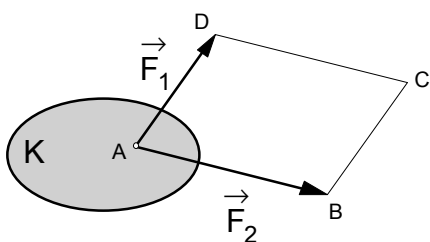


13. Ein elektrisch angetriebener Laufkran hat eine Masse von  $m = 3,5 \text{ t}$ . Er fährt gleichmäßig beschleunigt an und erreicht nach  $3 \text{ s}$  eine Geschwindigkeit von  $2 \text{ m/s}$ . Dann bewegt er sich  $30 \text{ Sekunden}$  lang gleichförmig weiter. Die Fahrwiderstandszahl beträgt  $\mu = 0,005$ .

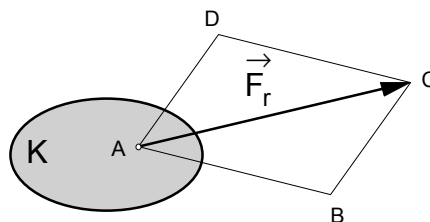
- a) Berechnen Sie die während der **Beschleunigungsphase** erforderliche **Antriebskraft**.  $[2505 \text{ N}]$
- b) Welche **Antriebskraft** muß während der **gleichförmigen** Bewegungsphase aufgebracht werden ?  $[171,7 \text{ N}]$
- c) Welchen **Weg** hat der Kran nach den  $33 \text{ Sekunden}$  insgesamt zurückgelegt ?  $[63 \text{ m}]$

**1. Zusammensetzen von Kräften und Gleichgewicht (Newton-Axiome Zusatz 1. und 2.)**

Die Wirkung **zweier** Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  auf einen Körper **K** mit einem gemeinsamen Angriffspunkt **A** (Bild 1) ist **gleichwertig** einer **einzigen** Kraft  $\vec{F}_r$ , deren Vektor sich als **Diagonale** des mit den Vektoren  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  gebildeten **Parallelogramms** ergibt und die den gleichen Angriffspunkt **A** wie die Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  hat (Bild 2).



**Bild 1** : Kraftkomponenten  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$

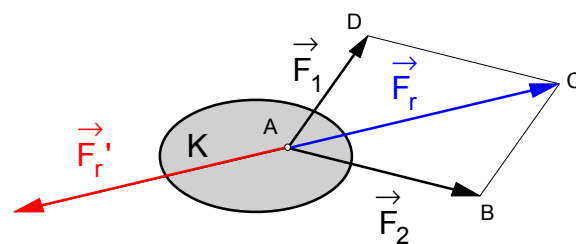


**Bild 2** : Resultierende Kraft  $\vec{F}_r$

Die Wirkungen der Kraftkomponenten und der resultierenden Kraft sind **gleichwertig**, wenn in beiden Fällen der Körper **K** in Richtung von **A** nach **C** mit der gleichen Beschleunigung **a** beschleunigt wird.

**b) Gleichgewicht eines Körpers**

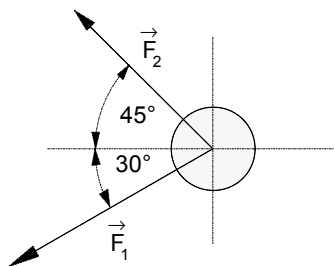
Der Zustand der relativen **Ruhe** eines Körpers gegenüber der Erde wird in der Statik als **Gleichgewichtszustand** bezeichnet. Der Körper **K** im Bild 3 befindet sich dann im Gleichgewicht, wenn die Wirkung der Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  zum Beispiel durch eine gegenüber der resultierenden Kraft  $\vec{F}_r$  gleich großen Gegenkraft  $\vec{F}'_r$  aufgehoben wird.



**Bild 3**: Gleichgewicht

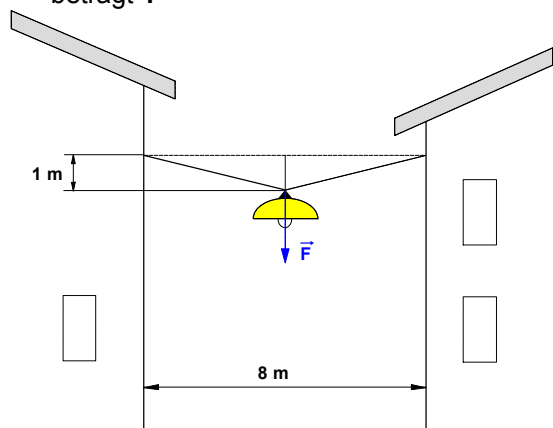
**2. Anwendungsbeispiele**

**1.** Auf einen Telefoneckmast wirken die in der folgenden Abbildung angegebenen Leitungszugkräfte  $F_1 = 3000 \text{ N}$  und  $F_2 = 2500 \text{ N}$ . Bestimmen Sie Betrag und Richtung der **resultierenden Kraft  $\vec{F}$** .



**Bild 4** : Leitungszugkräfte auf einen Telefoneckmast (Kräfteplan in der Draufsicht von oben)

**2.** Wie groß sind die Kräfte  $F_1$  und  $F_2$ , die in den Befestigungsseilen der in **Bild 5** dargestellten Lampenaufhängung wirken, wenn die Gewichtskraft der Lampe  $F = 350 \text{ N}$  beträgt ?



**Bild 5**: Seilaufhängung (Abb. ist nicht ganz maßstäblich!)

**Beispiel 1.** : Zusammensetzen der Kraftvektoren  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  zur resultierenden Kraft  $\vec{F}$ 

1. Kräftemaßstab:  $m_F = 500 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$

Länge der Kraftvektoren:

$$\ell_{F_1} = \frac{F_1}{m_F} = \frac{3000 \text{ N}}{500 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} = 6 \text{ cm} \quad \ell_{F_2} = \frac{F_2}{m_F} = \frac{2500 \text{ N}}{500 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} = 5 \text{ cm}$$

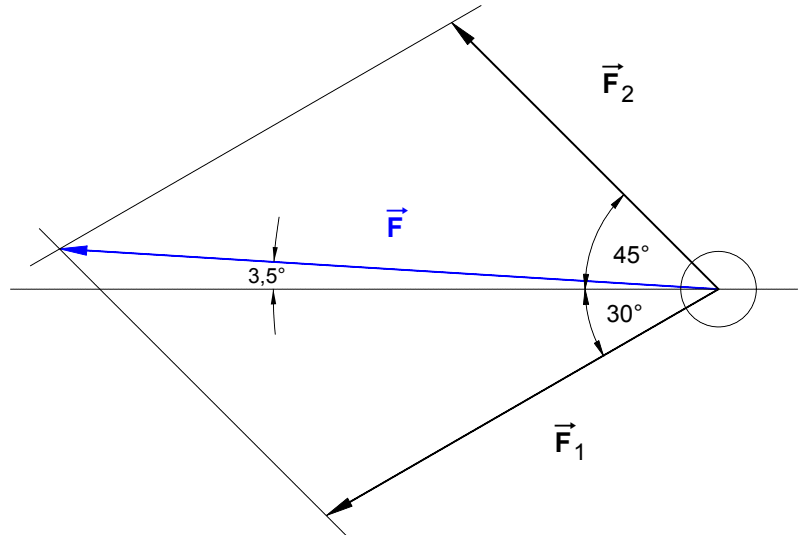
2. Konstruktion des **Kräfteparallelogramms** (Vektordiagramm) durch Parallelverschiebung der Wirkungslinien der Kraftvektoren  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  :

3. Bestimmung des **Betrages** der resultierenden Kraft  $\vec{F}$

Länge des Kraftvektors gemäß Vektordiagramm:  $\ell_F = 8,75 \text{ cm}$

$$F = m_F \cdot \ell_F = 500 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 8,75 \text{ cm}$$

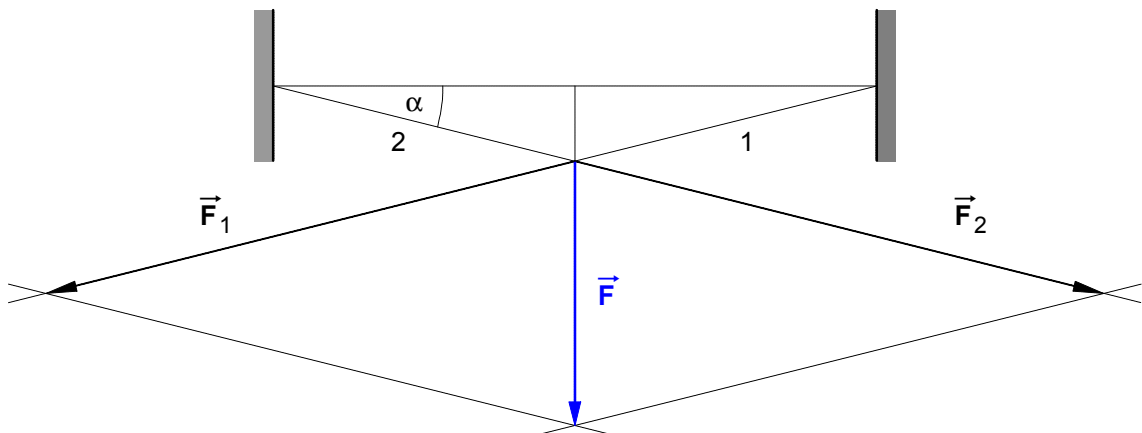
$$\underline{\underline{F = 4375 \text{ N}}}$$

**Beispiel 2.** : Zerlegung der Gewichtskraft  $\vec{F}$  der Lampe in die **Kraftkomponenten**  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ 

1. Kräftemaßstab:  $m_F = 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$

Länge des Vektors  $\vec{F}$  :  $\ell_F = \frac{F}{m_F} = \frac{350 \text{ N}}{100 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} = 3,5 \text{ cm}$

2. Konstruktion des **Kräfteparallelogramms** durch Verlängerung der Wirkungslinien 1 und 2 der Kraftkomponenten  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  und deren Parallelverschiebung durch die Spitze des Vektors  $\vec{F}$  :

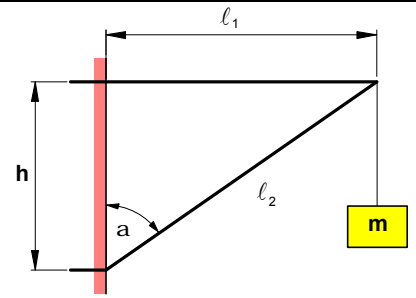


3. Bestimmung der **Beträge** der **Kraftkomponenten**  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  :

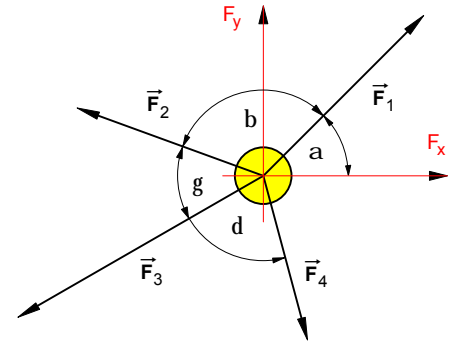
Länge des Kraftvektoren gemäß Vektordiagramm:  $\ell_{F_1} = \ell_{F_2} = 7,22 \text{ cm}$

$$F_1 = m_F \cdot \ell_{F_1} = 100 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 7,22 \text{ cm} = F_2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{F_1 = F_2 = 722 \text{ N}}}$$

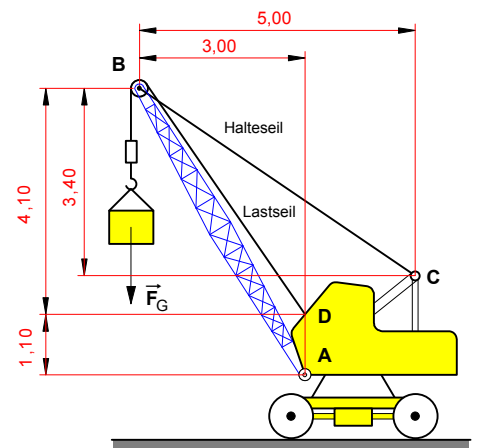
1. Die an dem Seil der nebenstehenden Wandkonsole befestigte Last hat eine Masse von  $m = 60$  kg. Die Konsolentiefe beträgt  $l_1 = 500$  mm und der Abstand der Befestigungsstellen  $h = 400$  mm .
- a) Welche der beiden Stangen  $l_1$  und  $l_2$  wird auf **Druck**, welche auf **Zug** beansprucht ?
- b) Ermitteln Sie sowohl **graphisch** als auch **rechnerisch** die Beträge der Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  in den Stangen ( $g \approx 10$  m/s<sup>2</sup>). [ 750 N ; 960 N ]



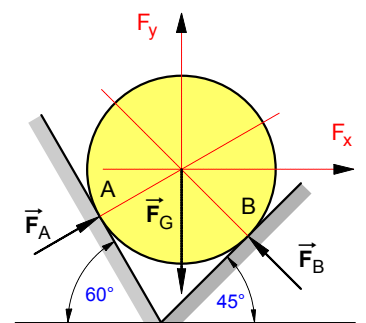
2. Auf einen Freileitungsmast üben vier Aluminiumleiterseile in horizontaler Ebene die in der nebenstehenden Draufsicht angegebenen Kräfte mit den Beträgen  $F_1 = 400$  N ,  $F_2 = 350$  N ,  $F_3 = 500$  N und  $F_4 = 300$  N aus (Winkel:  $a = 45^\circ$  ;  $b = 115^\circ$  ;  $g = 50^\circ$  ;  $d = 75^\circ$ ).
- Ermitteln Sie **graphisch** und **rechnerisch** die **resultierende Horizontalkraft**  $\vec{F}_R$  auf den Leitungsmast (Betrag  $F_R$  und Richtungswinkel  $\alpha_R$ ). [ 424 N ;  $199^\circ$  ]



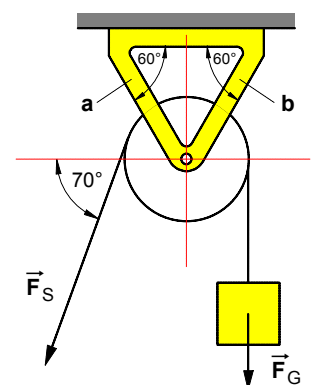
3. Am Lastseil des in Kranes in der Abbildung rechts wirkt eine Last mit der Gewichtskraft  $F_G = 21$  kN.
- Ermitteln Sie **graphisch** und **rechnerisch** die Beträge der von der Last hervorgerufenen Kräfte  $\vec{F}_H$  im **Halteseil** und  $\vec{F}_A$  im **Ausleger**. [ 19 kN ; 56 kN ]
- Hinweis: Legen Sie bitte den Nullpunkt des Koordinatensystems in den Mittelpunkt der Seilrollenachse B.



4. Ein Walze mit der Gewichtskraft  $F_G = 900$  N liegt gemäß nebenstehender Abbildung auf zwei ebenen Auflageflächen .
- Ermitteln Sie **graphisch** und **rechnerisch** die Beträge der zur Abstützung der Walze erforderlichen Auflagerkräfte  $\vec{F}_A$  und  $\vec{F}_B$  . [ 658,5 N ; 807 N ]
- Hinweis: Die Wirkungslinien der Auflagerkräfte bilden mit den Auflageflächen jeweils einen Winkel von  $90^\circ$  .



5. Über die Rolle in der nebenstehenden Abbildung wird an einem Seil eine Last von **480** N gleichförmig hochgezogen.
- Ermitteln Sie **graphisch** und **rechnerisch** die Beträge der Längskräfte  $\vec{F}_A$  und  $\vec{F}_B$  in den Streben **a** und **b** der Rollenlagerhalterung. Seilgewicht, Reibung und Querkkräfte sind vernachlässigbar. [ 373,4 N ; 701,7 N ]
- Hinweis: Legen Sie bitte den Nullpunkt des Koordinatensystems in den Mittelpunkt der Seilrollenachse.



1. Bestimmung der **Kräfte**  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  in den Stangen  $l_1$  und  $l_2$  der Wandkonsole

• Erläuterungen

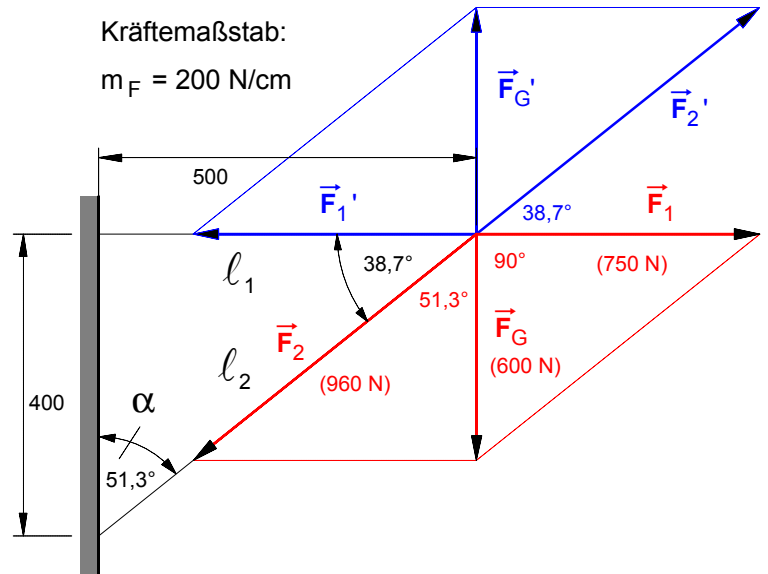
- ▶ Die Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  läßt sich in die Komponenten  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  zerlegen, wobei bezüglich der Wandbefestigung  $\vec{F}_1$  in der Stange  $l_1$  als **Zugkraft** und  $\vec{F}_2$  in der Stange  $l_2$  als **Druckkraft** wirkt.
- ▶ Damit die **Last in Ruhe** bleibt, sich also im **Gleichgewicht** befindet, müssen in den Stangen die Gegenkräfte  $\vec{F}_1'$  und  $\vec{F}_2'$  wirken.

▶ **Gleichgewichtsbedingung**

$$\vec{F}_G + \vec{F}_1' + \vec{F}_2' = 0$$

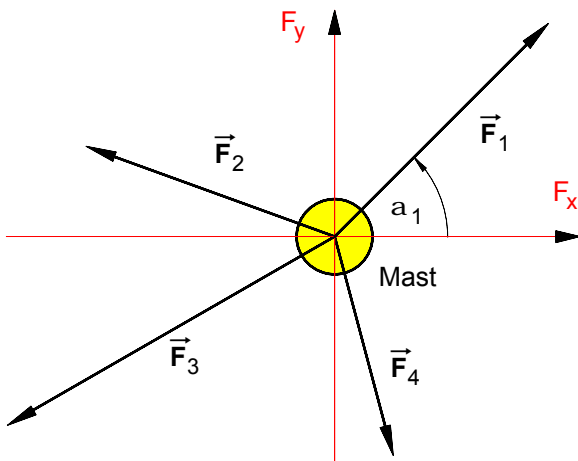
- ▶ Für die Beträge der  $\vec{F}_x$ - und  $\vec{F}_y$ -Komponenten muß dann entsprechend gelten:

$$\sum F_{ix} = \sum F_i \cdot \cos\alpha_i = 0 \quad \text{bzw.} \quad \sum F_{iy} = \sum F_i \cdot \sin\alpha_i = 0$$

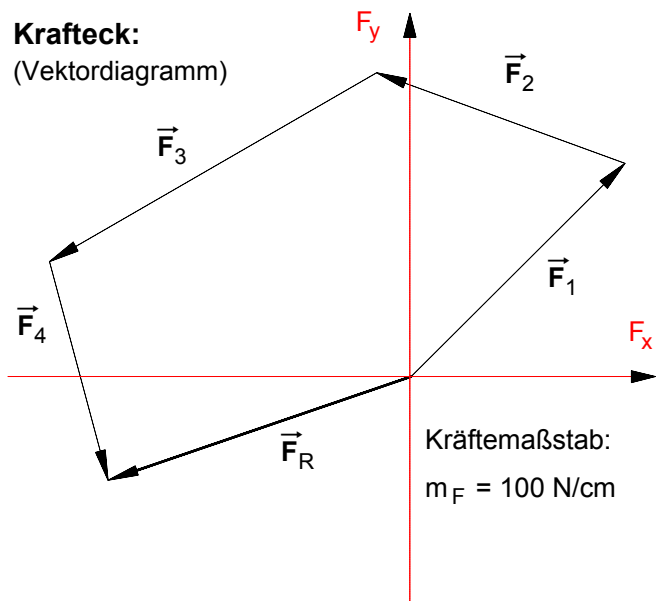


2. Bestimmung der **resultierenden Kraft**  $\vec{F}_R$  auf den Freileitungsmast

**Lageplan:**  
(Wirkungslinien der Kräfte)



**Krafteck:**  
(Vektordiagramm)



- ▶ Für die **resultierende Kraft** gilt:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

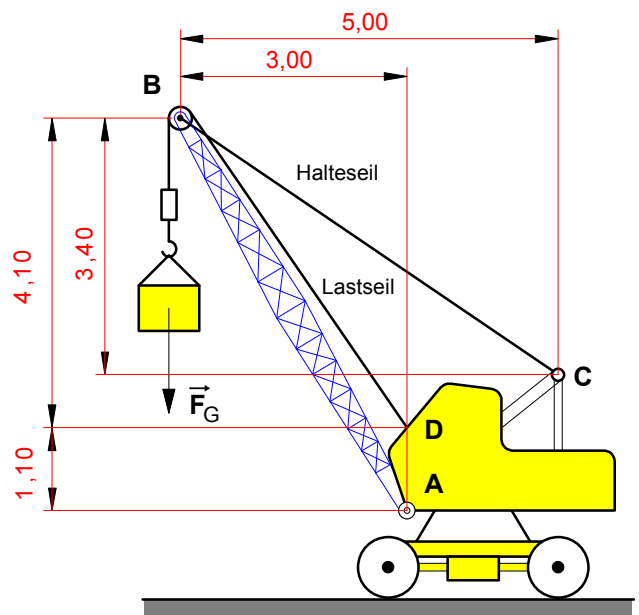
- ▶ Für die die Beträge der  $\vec{F}_x$ - und  $\vec{F}_y$ -Komponenten muß dann entsprechend gelten:

$$F_{Rx} = \sum F_{ix} = \sum F_i \cdot \cos\alpha_i \quad \text{bzw.} \quad F_{Ry} = \sum F_{iy} = \sum F_i \cdot \sin\alpha_i$$

**3.** Bestimmung der Kräfte  $\vec{F}_H$  und  $\vec{F}_A$  in dem Halteseil und dem Ausleger des Kranes

• **Verfahren zur graphischen Lösung**

1. In den maßstäblichen Lageplan (Wirkungslinien der Kräfte) zunächst die Vektoren  $\vec{F}_G$  (Gewichtskraft der Last) und  $\vec{F}_L$  (Lastseilkraft) einzeichnen (Für die Beträge gilt:  $F_L = F_G$ ).
2. Den Vektor  $\vec{F}_L$  der Lastseilkraft auf der Wirkungslinie  $\overline{BD}$  so verschieben, daß die Spitze von  $\vec{F}_L$  auf Punkt **B** zeigt.
3. Die Wirkungslinie  $\overline{BC}$  der Halteseilkraft  $\vec{F}_H$  im Kräfteck parallel durch den Anfangspunkt von Vektor  $\vec{F}_L$  (Punkt **E**) verschieben.
4. Die Wirkungslinie  $\overline{BA}$  des Vektors  $\vec{F}_A$  der Kraft im Ausleger parallel durch die Spitze von  $\vec{F}_G$  (Punkt **F**) verschieben.
5. Der **Schnittpunkt G** der Wirkungslinien von  $\vec{F}_A$  und  $\vec{F}_H$  liefert die Beträge der Kräfte  $\vec{F}_A$  und  $\vec{F}_H$ .



• **Kraftvektoren**

- $\vec{F}_G$  ... Gewichtskraft der Last
- $\vec{F}_L$  ... Kraft im Lastseil
- $\vec{F}_H$  ... Kraft im Halteseil
- $\vec{F}_A$  ... Kraft im Ausleger

• **Richtungswinkel**

- $\alpha_G = -90^\circ$
- $\alpha_H = -a = -34,2^\circ$
- $\alpha_L = -b = -53,8^\circ$
- $\alpha_A = 180^\circ - g = +120^\circ$

• **Gleichgewichtsbedingung**

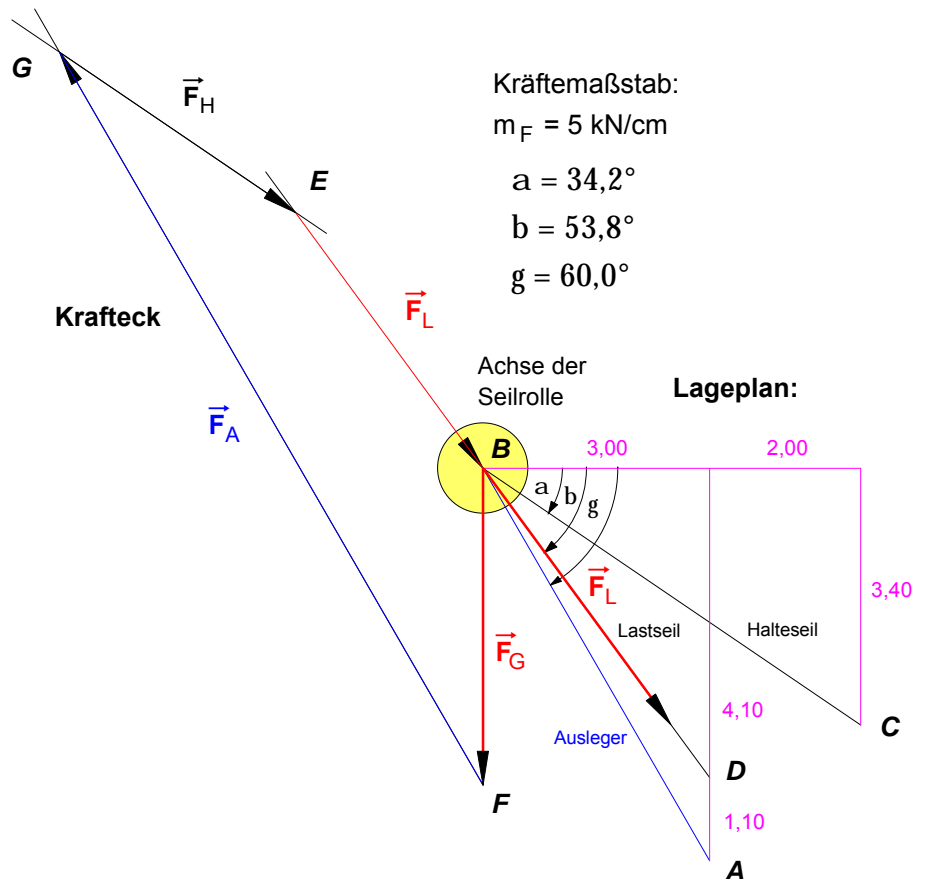
$$\vec{F}_G + \vec{F}_L + \vec{F}_H + \vec{F}_A = 0$$

- Für die **Beträge** der  $\vec{F}_x$ - und  $\vec{F}_y$ -Komponenten muß dann entsprechend gelten:

$$\sum F_{ix} = 0 = F_{Gx} + F_{Lx} + F_{Hx} + F_{Ax} \Rightarrow 0 = F_G \cdot \cos\alpha_G + F_L \cdot \cos\alpha_L + F_H \cdot \cos\alpha_H + F_A \cdot \cos\alpha_A$$

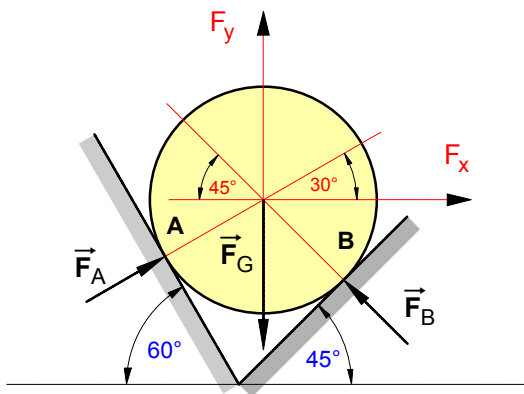
$$\sum F_{iy} = 0 = F_{Gy} + F_{Ly} + F_{Hy} + F_{Ay} \Rightarrow 0 = F_G \cdot \sin\alpha_G + F_L \cdot \sin\alpha_L + F_H \cdot \sin\alpha_H + F_A \cdot \sin\alpha_A$$

Die beiden Gleichungen sind nach den Beträgen  $F_H$  und  $F_A$  der unbekanntenen Kräfte  $\vec{F}_H$  und  $\vec{F}_A$  aufzulösen.

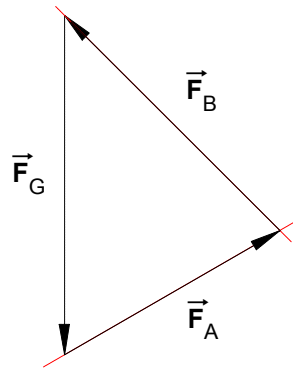


**4.** Bestimmung der **Auflagerkräfte**  $\vec{F}_A$  und  $\vec{F}_B$  der abgestützten Walze

**Lageplan:**



**Krafteck:**



Kräftemaßstab:  
 $m_F = 200 \text{ N/cm}$

• **Gleichgewichtsbedingung**

$$\vec{F}_G + \vec{F}_A + \vec{F}_B = 0$$

**5.** Bestimmung der **Längskräfte**  $\vec{F}_A$  und  $\vec{F}_B$  in den Streben der Rollenhalterung

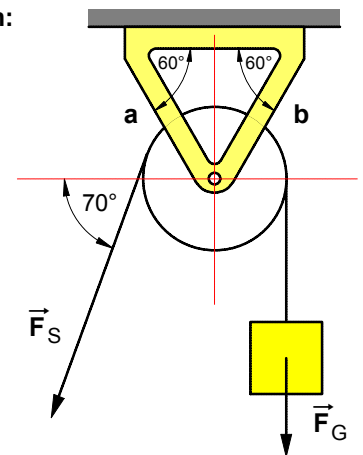
• **Kraftvektoren und Richtungswinkel**

- $\vec{F}_G$  ... Gewichtskraft der Last  $a_G = -90^\circ$
- $\vec{F}_S$  ... Kraft im Seil (Zugseil)  $a_S = -110^\circ$
- $\vec{F}_a$  ... Längskraft in der Strebe a  $a_a = -120^\circ$
- $\vec{F}_b$  ... Längskraft in der Strebe b  $a_b = +60^\circ$

• **Gleichgewichtsbedingung**

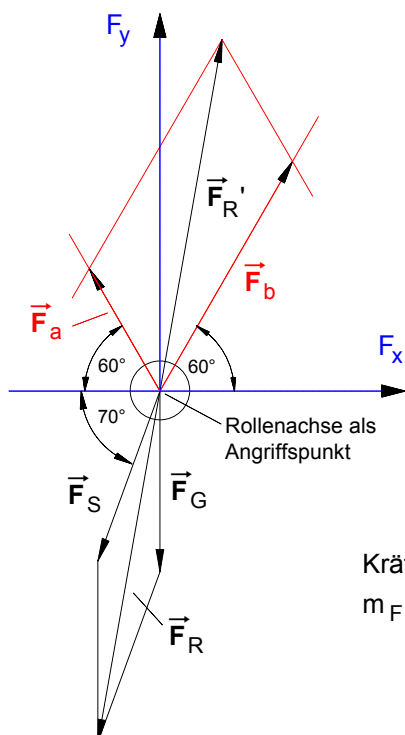
$$\vec{F}_G + \vec{F}_S + \vec{F}_a + \vec{F}_b = 0$$

**Lageplan:**



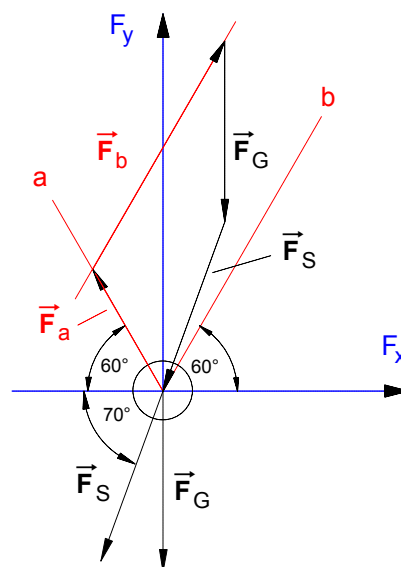
• **Graphische Lösung**

a) mit Kräfteparallelogramm:



Kräftemaßstab:  
 $m_F = 200 \text{ N/cm}$

b) mit Krafteck:



**1. Die Zentripetalkraft (auch: Radialkraft)**

Wir betrachten eine Person, die eine Kugel an einem Faden herumschleudert und diese damit auf eine Kreisbahn zwingt (ähnlich einem Hammerwerfer). Wichtig ist dabei, daß diese Person sich **nicht** selbst dreht, sondern gegenüber der Erde feststeht. Sie beobachtet dann eine Kreisbewegung, ohne selbst an der Kreisbewegung teilzunehmen. Sie ist **nicht mitbewegter Beobachter**. Bei der Bewegung ist der Faden gespannt. Die Person übt mit der Hand die **Zentripetalkraft**  $\vec{F}_Z$  auf die Kugel aus. Nach dem **Wechselwirkungsprinzip** wird von der Kugel eine entgegengesetzt gerichtete Reaktionskraft  $\vec{F}_R$  auf die Hand ausgeübt (Bild 1).

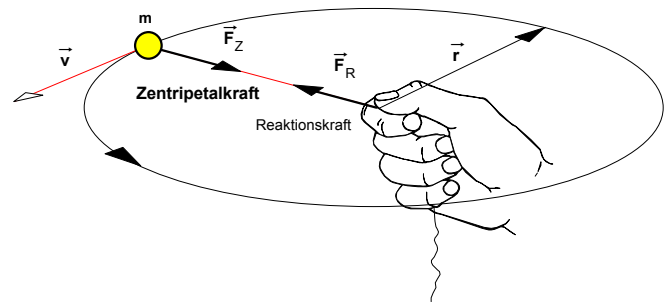


Bild 1: Kreisbewegung für einen ruhenden Beobachter

In dem Augenblick, in dem der Faden reißt, wirkt auch auf die Kugel keine Zentripetalkraft mehr ein. Damit ist auch die Reaktionskraft verschwunden. Die Kugel bewegt sich **kräftefrei**. Nach dem **Trägheitsprinzip** fliegt sie gleichförmig und geradlinig mit der zuletzt erreichten Bahngeschwindigkeit **tangential** zur Kreisbahn.

- **Fazit:** Für den **ruhenden Beobachter** ist jede (auch die gleichförmige) Kreisbewegung aufgrund der ständigen Änderung der Bewegungsrichtung eine stets zum Mittelpunkt hin **beschleunigte** Bewegung. Die **Ursache** dieser Zentripetalbeschleunigung  $\vec{a}_Z$  ist für ihn die stets zum Mittelpunkt hin gerichtete **Zentripetalkraft**  $\vec{F}_Z$ .

$$\vec{F}_Z = m \cdot \vec{a}_Z \quad \text{mit} \quad a_Z = \omega^2 \cdot r$$

(zu  $a_Z$  siehe Arbeitsblatt Nr. 15)**2. Die Zentrifugalkraft (auch: Fliehkraft)**

Ganz anders stellt sich die Beobachtung einer Kreisbewegung für den **mitbewegten Beobachter** dar. Wir nehmen an, die Person, die eine Kugel am Faden hält, steht in der Mitte einer rotierenden Scheibe und dreht sich mit (Bild 2).

Die Person sieht die Kugel vor sich, immer im gleichen Abstand. Für sie ändert die Kugel am Faden ihre Lage nicht, d.h. die Kugel am Faden ist **relativ** zum mitbewegten Beobachter **in Ruhe**. Andererseits zieht die Person auf der sich drehenden Scheibe an dem Faden und übt damit auf die Kugel eine zum Zentrum hin gerichtete Zentripetalkraft  $\vec{F}_Z$  aus. Damit würde sich für den mitbewegten Beobachter ein Widerspruch ergeben. Auf einen Körper würde eine Kraft einwirken; trotzdem bliebe der Körper **in Ruhe**. Oder anders ausgedrückt: Auf einen Körper würde eine Kraft einwirken, aber der Körper würde **nicht** beschleunigt werden. Dieser Widerspruch läßt sich nur durch die Annahme einer zweiten Kraft auflösen. Der Kraft  $\vec{F}_Z$ , die über den Faden auf die Kugel ausgeübt wird, wirkt eine nach außen gerichtete Kraft  $\vec{F}_F$  gleichen Betrages entgegen, die wir **Zentrifugalkraft** (oder: Fliehkraft) nennen. Damit ist für den **mitbewegten Beobachter** die Kugel auf der Kreisbahn **kräftefrei**. Wenn das Seil reißt, so wird für ihn die Kugel **radial** nach außen beschleunigt. Diese Beschleunigung schreibt der Beobachter ebenfalls der **Zentrifugalkraft** zu. (Im weiteren Verlauf bleibt für den mitbewegten Beobachter die von ihm wegfliegende Kugel seitlich zurück.)

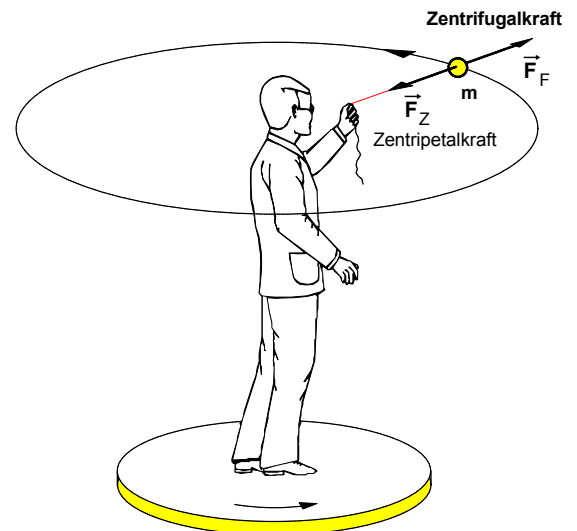


Bild 2: Kreisbewegung der Kugel für einen mitbewegten Beobachter

Die **gleiche** Kreisbewegung eines Körpers stellt sich somit je nach Beobachtungsstandpunkt ganz verschieden dar. Jede Kreisbewegung läßt sich wie im vorstehenden Beispiel vom Standpunkt des **mitbewegten** und vom Standpunkt des **nicht mitbewegten** Beobachters beschreiben.

- **Fazit:** Für den **mitbewegten Beobachter** befindet sich die kreisende Kugel **in Ruhe**, denn sie vollzieht aus seiner Sicht keine Ortsveränderung. Damit ist die Kugel für ihn **kräftefrei**. Er führt dies auf die Existenz einer **Zentrifugalkraft**  $\vec{F}_F$  (auch: Fliehkraft) zurück, die dem Betrage nach so groß ist wie die Zentripetalkraft  $\vec{F}_Z$ , dieser jedoch entgegenwirkt. Demnach existiert die **Zentrifugalkraft (Fliehkraft)**  $\vec{F}_F$  nur für einen **mitbewegten Beobachter**.

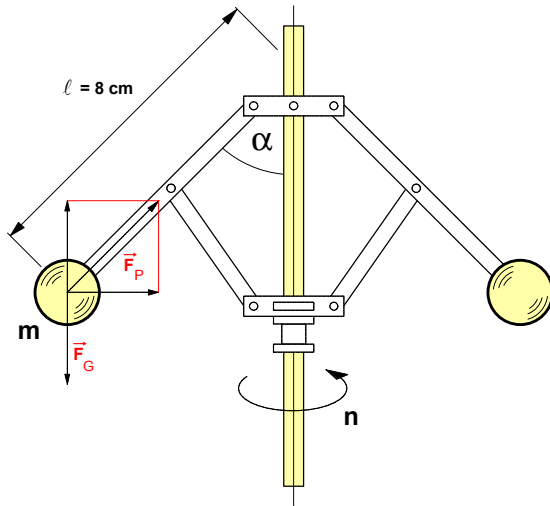
$$\vec{F}_F = -\vec{F}_Z = -m \cdot \vec{a}_Z$$



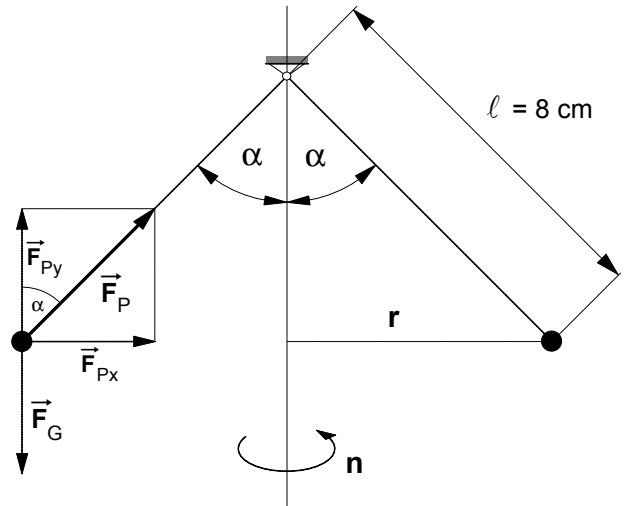
### 3. Beispiele zur Wirkung von Zentralkräften

#### a) Kreisbewegung eines sogenannten **Fliehkraftpendels** aus der Sicht eines ruhenden Beobachters

Ein Fliehkraftpendel rotiert mit der Drehzahl  $n = 126 \text{ min}^{-1}$  gemäß **Bild 1** um seine vertikale Achse. Die im Vergleich zu den beiden Kugeln nahezu masselosen Pendelarme haben eine Länge von  $\ell = 8 \text{ cm}$ . Auf welchem **Winkel**  $\alpha$  schlagen die Pendelarme bei der angegebenen Drehzahl  $n$  aus ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) ?



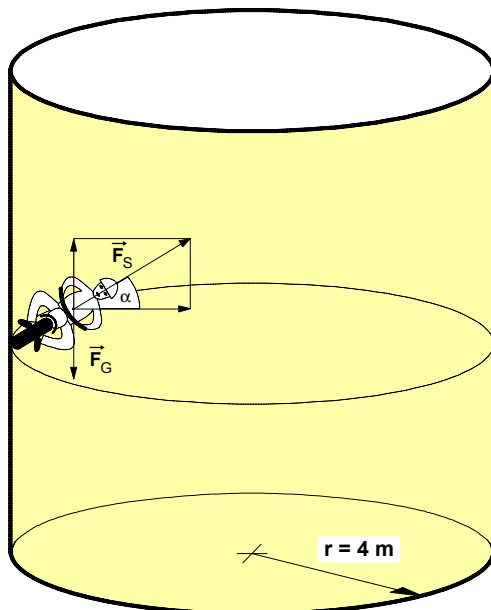
**Bild 1** : Rotierendes Fliehkraftpendel



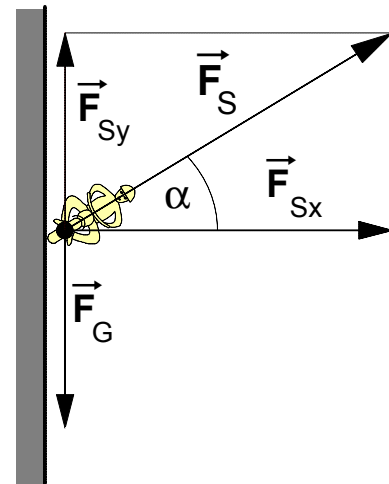
**Bild 2** : Darstellung des Fliehkraftpendels als Massepunktmodell und Kräfte diagramm

#### b) Kreisbewegung eines **Steilwandfahrers** aus der Sicht eines Zuschauers (ruhender Beobachter)

Auf einer Volksfestveranstaltung rotiert ein Steilwandfahrer mit seinem Motorrad an der Innenseite einer vertikalen zylindrischen Holzwand auf einer horizontalen Kreisbahn (siehe **Bild 3**). Der Zylinderradius beträgt  $r = 4 \text{ m}$ . Zwischen der Holzwand und den Gummireifen wirkt ein Reibungskoeffizient von  $\mu_R = 0,6$ . Steilwandfahrer und Motorrad haben zusammen eine Masse von  $m = 200 \text{ kg}$ . Mit welcher **Bahngeschwindigkeit**  $v$  muß sich der Motorradfahrer mindestens auf der horizontalen Kreisbahn bewegen, um nicht an der Steilwand abzugleiten ?



**Bild 3** : Rotierender Motorradfahrer in einer zylindrischen Steilwand

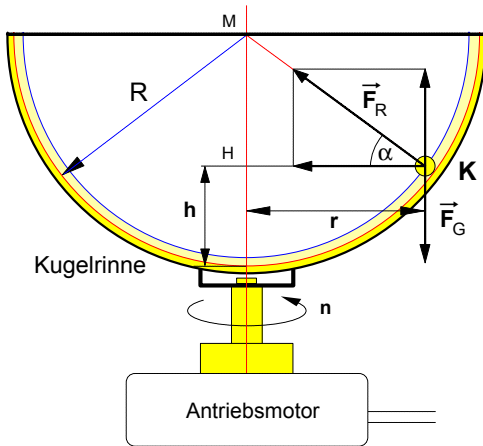


**Bild 4** : Kräfte diagramm mit dem Steilwandfahrer als Massepunktmodell

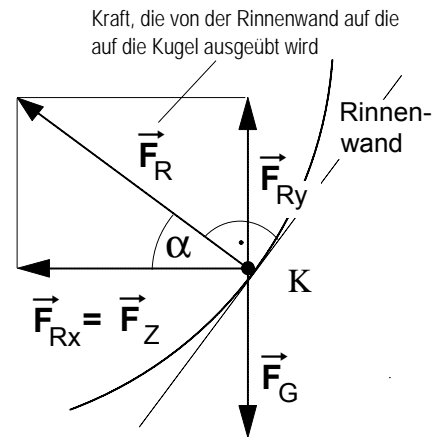
**4. Weitere Beispiele zur Wirkung von Zentralkräften**

a) **"Kugelschwebe"**: Kreisbewegung zweier Kugeln verschiedener Massen in einer rotierenden Kugelrinne

In einer halbkreisförmigen Kugelrinne aus Kunststoff liegen eine Stahl- und eine Holzkugel. Beide Kugeln haben den gleichen Durchmesser und damit unterschiedliche Massen. Versetzt man die Kugelrinne mit Hilfe des Antriebsmotors in eine Drehbewegung, so steigen beide Kugeln mit zunehmender Drehzahl an der Rinnenwand empor und **"schweben"** dann bei einer konstanten Drehzahl **trotz ihrer unterschiedlichen Massen in gleicher Steighöhe h**, d.h.: die bei einer bestimmten Drehzahl **n** erreichte Steighöhe **h** ist offensichtlich **unabhängig von der Kugelmasse**. Dies soll im folgenden am Beispiel einer der beiden Kugeln mit den Newtonschen Axiomen aus der Sicht eines **ruhenden Beobachters** begründet werden.



**Bild 1** : Kugel K in einer rotierenden halbkreisförmigen Kugelrinne



**Bild 2** : Vergrößerte Darstellung des Kräftequadrats mit der Kugel K als Massepunktmodell

• **Herleitung** der Formel für die **Steighöhe h**

$$[1] F_{Rx} = F_z = F_R \cdot \cos \alpha \Rightarrow F_R = \frac{F_z}{\cos \alpha} \quad \text{mit } F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r \Rightarrow F_R = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot r}{\cos \alpha} \quad [2]$$

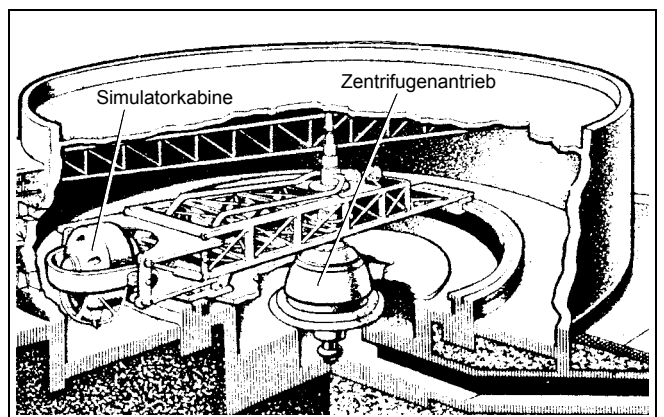
$$[3] F_{Ry} = F_G = F_R \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_R = \frac{F_G}{\sin \alpha} \quad \text{mit } F_G = m \cdot g \Rightarrow F_R = \frac{m \cdot g}{\sin \alpha} \quad [4]$$

$$[2] = [4]: \frac{m \cdot \omega^2 \cdot r}{\cos \alpha} = \frac{m \cdot g}{\sin \alpha} \quad \text{mit } \cos \alpha = \frac{r}{R} \quad \text{und } \sin \alpha = \frac{R - h}{R} \quad (\text{Dreieck MHK})$$

$$\frac{\omega^2 \cdot r}{\frac{r}{R}} = \frac{g}{\frac{R - h}{R}} \Rightarrow \frac{R \cdot \omega^2 \cdot r}{r} = \frac{R \cdot g}{R - h} \Rightarrow R - h = \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow \boxed{h = R - \frac{g}{\omega^2}}$$

b) **Astronauten-Zentrifuge** zur Simulation hoher Beschleunigungsbelastungen

Da beim Start und bei der Landung von Raumschiffen Beschleunigungen bis zum achtfachen der Fallbeschleunigung wirksam sind, müssen die Astronauten ihren Organismus auf diese hohen Belastungen vorbereiten. Dazu dienen sogenannte *Astronauten-Zentrifugen* (siehe Bild 3). Am Ende eines rotierenden Schwenkarmes befindet sich eine Simulatorkabine, in der die Astronauten horizontal herumgeschleudert werden. Durch den relativ langen Schwenkarm können selbst bei niedrigen Drehzahlen Zentripetalbeschleunigungen erzeugt werden, die bis zu 10mal so groß sind wie die Fallbeschleunigung. Bei welcher Drehzahl einer solchen Zentrifuge mit einem Kreisbahnradius von  $r = 15 \text{ m}$  wird das **10fache** der Fallbeschleunigung erzielt? [ $n = 24,4 \text{ min}^{-1}$ ]



**Bild 3** : Astronauten-Zentrifuge

**5. Beispiele zur Wirkung von Zentralkräften infolge der Rotation der Erde**

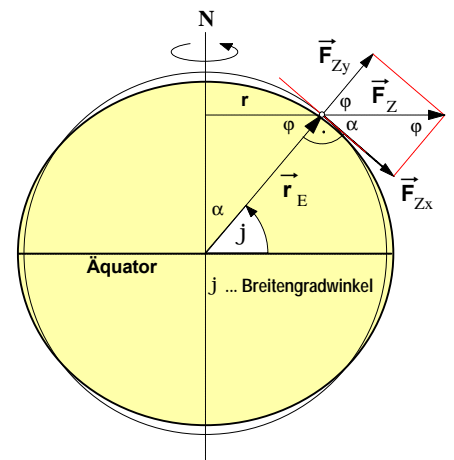
**a) Erklärung der Abplattung der Erde an den Polen als Folge der Erdrotation**

Aus der Sicht eines mitbewegten Beobachters wirkt infolge der Erdrotation auf jeden auf der Erde befindlichen Körper eine **Zentrifugalkraft**  $\vec{F}_Z$ . Während die Vertikalkomponente  $\vec{F}_{Zy}$  der Gravitationskraft  $\vec{F}_{Gr}$  entgegenwirkt und damit den Körper gleichsam leichter macht, wird er durch die **Horizontalkomponente**  $\vec{F}_{Zx}$  in Richtung zur Äquatorebene beschleunigt, wenn sonst keine weiteren Kräfte wirken. Für den Betrag von  $\vec{F}_{Zx}$  gilt (mittlerer Erdradius:  $r_E = 6370 \text{ km}$  – Umlaufdauer:  $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$ ):

$$F_{Zx} = F_Z \cdot \sin \varphi = m \cdot a_z \cdot \sin \varphi = m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin \varphi \quad \text{mit } r = r_E \cdot \cos \varphi$$

$$F_{Zx} = m \cdot \omega^2 \cdot r_E \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi = m \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot r_E \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi$$

Da auf jedes Masseteilchen auf der Erdoberfläche eine Zentrifugalkraft wirkt, erfahren diese unter dem Einfluß der jeweiligen Horizontalkomponente eine Verschiebung in Richtung zum Äquator. Da das Erdinnere nicht starr ist, hat sich die Erde im Laufe der Zeit annähernd zu einem Rotationsellipsoid (dem sog. *Geoid*) umgeformt. Bei der Erde beträgt die Differenz zwischen dem äquatorialen Erdradius ( $r_a = 6378,16 \text{ km}$ ) und dem polaren Erdradius ( $r_b = 6356,77 \text{ km}$ ) etwa 21,4 km. Bei dem deutlich schneller rotierenden Planeten **Jupiter** ( $T = 9 \text{ h } 50 \text{ min}$ ) ist die Abplattung wegen der größeren Zentrifugalkräfte noch stärker ausgeprägt (hier ist:  $r_a = 71398 \text{ km}$  und  $r_b = 67042,7 \text{ km}$ ;  $r_a - r_b = 4355 \text{ km}$ ).



**Bild 1:** Zur Ursache der Erdabplattung

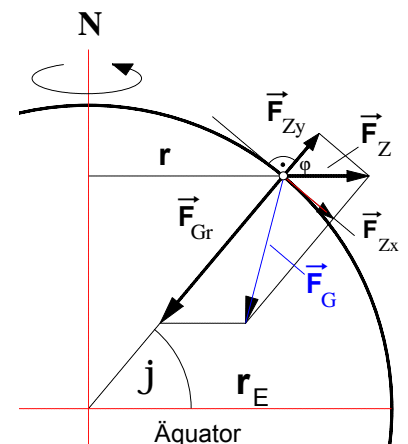
**b) Einfluß der Erdrotation auf die Gravitationskraft  $\vec{F}_{Gr}$**

Bei der folgenden Betrachtung soll von der Erdabplattung abgesehen werden, d.h. die Erde wird als homogene Kugel betrachtet (mittlerer Erdradius:  $r_E = 6370 \text{ km}$  – Umlaufdauer:  $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$ ). Außerdem soll angenommen werden, daß Körper im erdnahen Bereich mit einer Beschleunigung von  $g = 9,82 \text{ m/s}^2$  fallen würden, wenn die Erde **nicht** rotierte.

Aus der Sicht eines mitbewegten Beobachters wirken auf einen mit der Erde rotierenden Körper folgende Kraftvektoren (siehe **Bild 2** – Die Zentrifugalkraft ist hier stark vergrößert dargestellt.) :

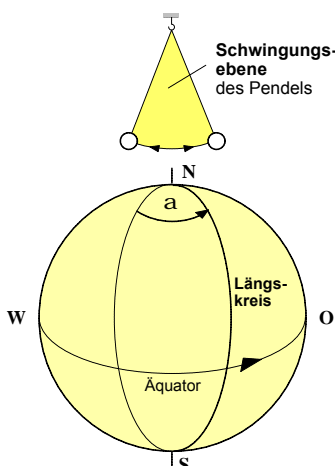
$\vec{F}_{Gr}$  ... Gravitationskraft     $\vec{F}_Z$  ... Zentrifugalkraft     $\vec{F}_G$  ... Gewichtskraft

**Aufgabe:** Welche Gravitationskraft wirkt auf einen Körper mit der Masse  $m = 100 \text{ kg}$ , wenn er sich **a) am Nordpol**, **b) am Äquator** und **c) in Mainz** (geographische Breite:  $\varphi = 50^\circ$ ) befindet?



**Bild 2**

**c) Foucault-Pendel<sup>1)</sup> zum Nachweis der Erdrotation (nach Léon Foucault, 1819 – 1868)**



**Bild 3** Raumfestes Foucault-Pendel am Nordpol

**Foucault-Pendel am Nordpol:**

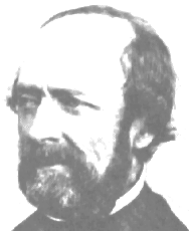
Gemäß dem Trägheitsprinzip behält das am Nordpol frei schwingende Pendel trotz der Rotation des Aufhängepunktes seine Schwingungsebene im Raum bei. Mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_E = 2 \cdot \pi \cdot (1/24 \text{ h})$  **dreht sich die Erde** gleichsam **unter dem schwingenden Pendel** weg. Einem **Beobachter**, der am Nordpol **mit der Erde rotiert** und die Erde und sich selbst als ruhend voraussetzt, **erscheint** es indessen so, als ob sich die Schwingungsebene drehen würde, und zwar in 24 Stunden um  $\alpha = 360^\circ$  (bzw. in einer Stunde um  $\alpha = 15^\circ$ ).

**Aufgabe:** Um welchen Drehwinkel  $\alpha$  würde sich die Schwingungsebene eines Foucault-Pendels in einer Stunde scheinbar drehen, wenn man es **a) am Äquator** und **b) in Mainz** (geographische Breite:  $\varphi = 50^\circ$ ) pendeln ließe?

<sup>1)</sup> Weitere Informationen zum Foucault-Pendel: siehe Arbeitsblatt Nr. 21 a)

Arbeitsblatt Nr. 21 a) : **Foucault-Pendel zur Demonstration der Erdrotation**

**Der Foucaultsche Pendelversuch zur Demonstration der Erdrotation**



**Léon Foucault**  
(1819 – 1868)

Es war der 8. Januar 1851, als der Franzose Léon Foucault (1819 bis 1868) einen Versuch durchführte, mit dem die Rotation der Erde nachgewiesen werden konnte. Zu jener Zeit hatte sich das neue Weltbild, dessen Grundzüge auf Kopernikus zurückgingen, längst durchgesetzt. Niemand zweifelte noch daran, dass sich die Erde um die eigene Achse drehte. ...

Schon fast 200 Jahre vor Foucault war Vincenzo Viviani, einem Schüler Galileis, aufgefallen, daß ein Pendel seine Schwingungsebene nicht exakt beibehält. Ihn störte diese Tatsache. Um die Störung zu beseitigen hängte er danach seine Pendel an zwei Fäden auf. Wie es zu der Störung kam, darum kümmerte er sich nicht. Foucault erkannte, daß die Störung von grundsätzlicher Bedeutung war und ihre Ursache in der Rotation der Erde hatte.

Weltweites Aufsehen erregte die Vorführung des Versuchs im Pantheon in Paris, die auf ausdrücklichen Wunsch von Louis Napoleon Buonaparte, dem Präsidenten der Republik und späteren Kaiser Napoleon III., zustande kam (Abb.1). Eine 28 kg schwere Kupferkugel hing an einem 67 m langen Stahlseil. Die Kugel wurde ausgelenkt und losgelassen. Etwa 16,4 Sekunden dauerte es, bis sie zu ihrem Startpunkt zurückgekehrt war. Alle Beobachter konnten verfolgen, daß sich die Schwingungsebene langsam nach rechts drehte, in 10 Minuten um fast 2°.

Foucault gab selbst dazu folgende Erklärung:

„Ich nehme an, der Beobachter befindet sich auf dem Nordpol und läßt ein Pendel schwingen, dessen Aufhängepunkt genau über der Verlängerung der Erdachse liegt. Während das Pendel schwingt, bewegt sich die Erde unaufhörlich von Westen nach Osten. Dem Beobachter **erscheint** es aber, als ob sich die Schwingungsebene langsam nach Westen verdreht – genauso wie die Sternbilder über ihm. Setzt man die Schwingungen 24 Stunden fort, so hat sich die Schwingungsebene scheinbar um 360° gedreht.“

Quelle: G.Boysen u.a., Physik, Oberstufe (Ausgabe B), Band 1, Berlin 1997 (Cornelsen Verlag), S.77

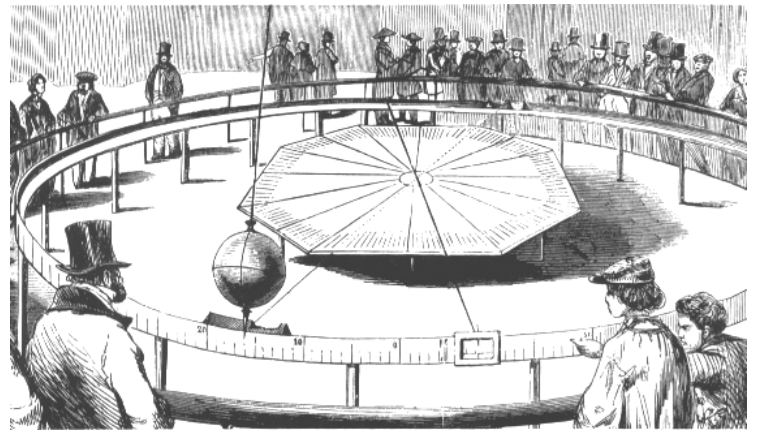


Abb. 1 Der Foucaultsche Pendelversuch von 1851 im Pantheon in Paris

• **Foucault-Pendel am Nordpol:**

Gemäß dem Trägheitsprinzip behält das freischwingende Pendel trotz Rotation des Aufhängepunktes seine Schwingungsebene im Raum bei. **Die Erde dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_E = 2 \cdot \pi \cdot (1/24 \text{ h})$  unter dem schwingenden Pendel weg** (Abb. 2). Einem **am Nordpol mit der Erde rotierenden Beobachter** **erschiene** es so, als würde sich die Schwingungsebene in 24 h um  $\alpha = 360^\circ$  (bzw. in 1 h um  $\alpha = 15^\circ$ ) drehen.

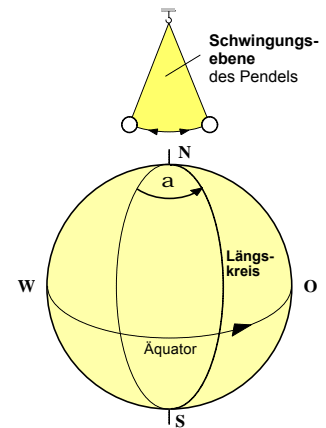


Abb. 2 Foucault-Pendel am Nordpol

• **Foucault-Pendel am Äquator:**

Am Äquator dagegen würde keine scheinbare Drehung der Schwingungsebene gegenüber der Erde festzustellen sein.

• **Foucault-Pendel auf einem Breitengrad  $\varphi$  zwischen Nordpol und Äquator:**

Auf einem beliebigen Breitengrad rotiert ein Punkt der Erde um eine zur Erdoberfläche senkrecht verlaufende Achse gemäß Abb. 3 mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_n = \omega_E \cdot \sin \varphi$  (Normalkomponente der Winkelgeschwindigkeit der Erde). Demnach dreht sich die Schwingungsebene in der Zeit  $t$  scheinbar um den folgenden Drehwinkel (im Bogenmaß) :

$$\hat{\alpha} = \omega_n \cdot t \quad \text{mit} \quad \omega_n = \omega_E \cdot \sin \varphi \quad \text{und} \quad \omega_E = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{24 \text{ h}}$$

$$\hat{\alpha} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{24 \text{ h}} \cdot \sin \varphi \cdot t \quad \text{und mit} \quad \hat{\alpha} = \alpha \cdot \frac{2 \cdot \pi}{360^\circ}$$

gilt für den Drehwinkel  $\alpha$  im Gradmaß:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{24 \text{ h}} \cdot \sin \varphi \cdot t$$

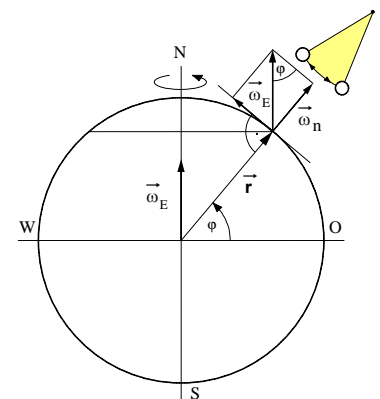
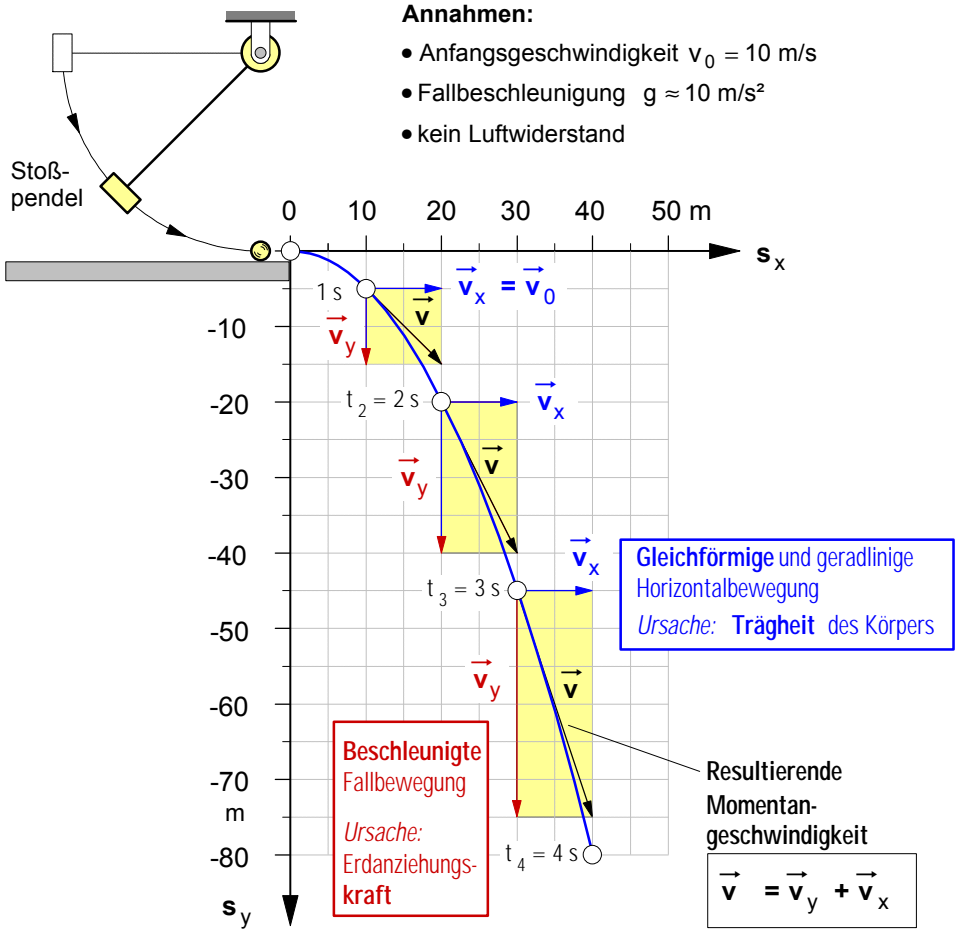


Abb. 3 Foucault-Pendel auf einem beliebigen Breitengrad

• Der **waagerechte Wurf** – Eine besondere Form der Wurfbewegung

a) Wegdiagramm mit Wurfkurve (Beispiel:  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  ;  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$  ; kein Luftwiderstand)



b) **Begründung der Bewegungsformen** und kinematische Gesetze

Der mit einer Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  waagrecht geworfene Körper führt **gleichzeitig zwei Bewegungen** aus, die sich in **jedem Moment** ungestört zu einer resultierenden Geschwindigkeit  $\vec{v}$  überlagern:

1. Eine **kräftefreie** (gleichförmige und geradlinige) **Trägheitsbewegung** mit der Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  ( $= \vec{v}_x = \text{const.}$ ) in waagerechter Richtung aufgrund seiner **Massenträgheit** und
2. eine **beschleunigte Fallbewegung** nach unten mit  $\vec{a} = -\vec{g}$  infolge der **Erdanziehungskraft**.

► Für die Beträge der **Horizontalkomponenten** der Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}$  und des zurückgelegten Weges  $\vec{s}$  gilt in jedem Zeitpunkt  $t$  :

$$v_x = v_0$$

$$s_x = v_x \cdot t = v_0 \cdot t$$

► Für die Beträge der **Vertikalkomponenten** der Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}$  und des zurückgelegten Weges  $\vec{s}$  gilt in jedem Zeitpunkt  $t$  :

$$v_y = 0 - g \cdot t$$

$$s_y = 0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

**Weitere Aufgaben**

1. Geben Sie die Funktionsgleichung  $s_y = f(s_x)$  für die Wurfkurve in dem oben dargestellten Wegdiagramm an.
2. Nach obiger Darstellung hat der Körper nach 4 Sekunden eine Fallstrecke von 80 Metern zurückgelegt. Welche Zeit würde ein genau senkrecht nach unten fallender Körper für diese Fallstrecke benötigen?
3. Aus einem horizontal in einer Höhe von 125 Metern fliegenden Transportflugzeug sollen über einem Katastrophengebiet möglichst zielgenau Hilfsgüter abgeworfen werden. In welchem horizontalen Abstand vor dem Ziel muß der Abwurf erfolgen, wenn die Fluggeschwindigkeit 504 km/h beträgt ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) ? [706,7 m]

● Der **schiefe Wurf** – Die allgemeine Form der Wurfbewegung

a) Wegdiagramm mit Wurfkurve (Beispiel:  $v_0 = 36,05 \text{ m/s}$  ;  $\alpha = 56,3^\circ$  ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

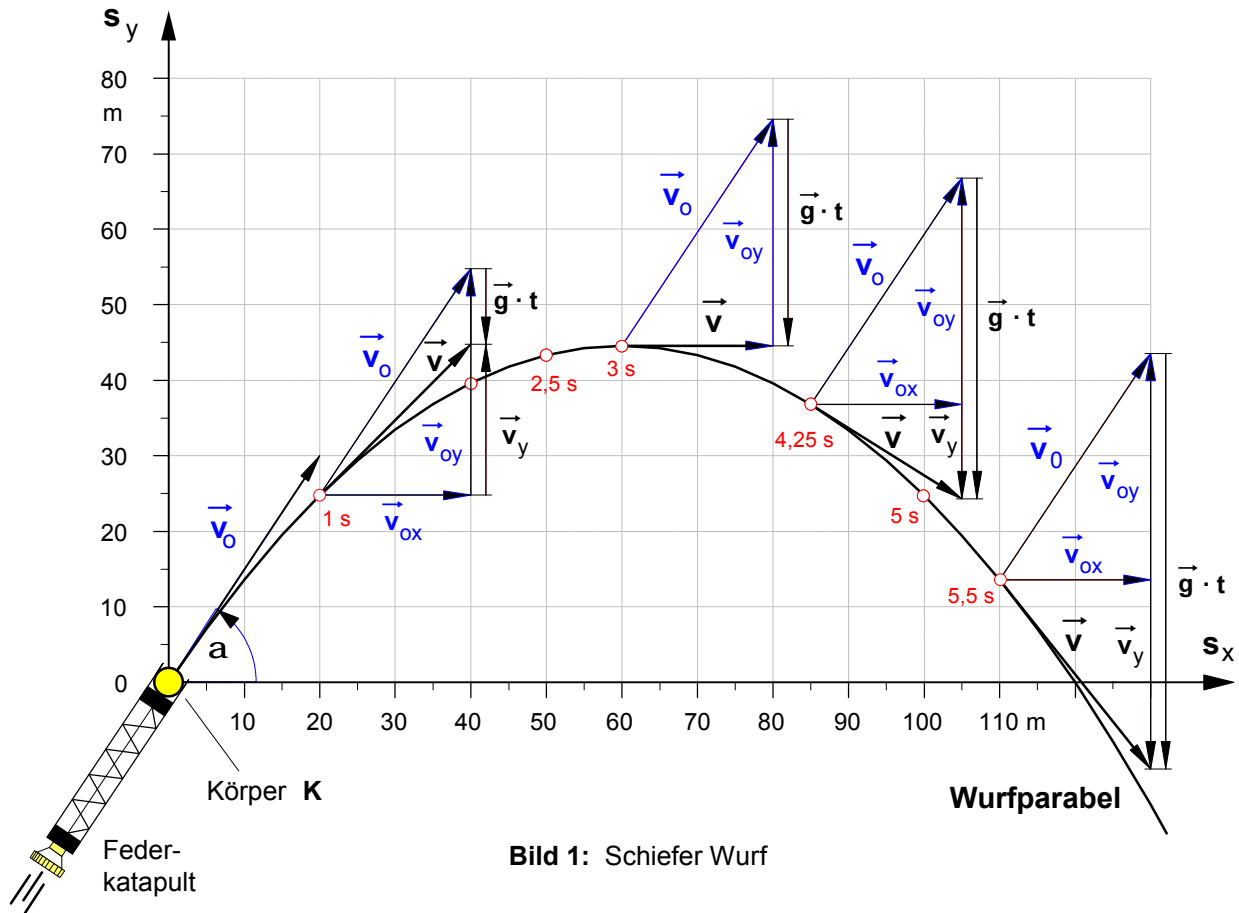


Bild 1: Schiefer Wurf

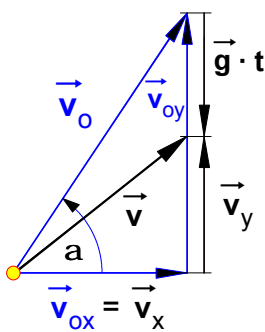


Bild 2: Geschwindigkeitsvektoren

$\vec{v}_0$  ... Anfangsgeschwindigkeit im Zeitpunkt  $t_0$

$\vec{v}_{ox}, \vec{v}_{oy}$  ... Komponenten von  $\vec{v}_0$

$\vec{v}$  ... Momentangeschwindigkeit im Zeitpunkt  $t$

$\vec{v}_x, \vec{v}_y$  ... Komponenten von  $\vec{v}$

$$\sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

b) **Begründung der Bewegungsformen und kinematische Gesetze**

Der unter einem Abwurfwinkel  $\alpha$  mit einer Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  schräg nach oben geworfene Körper **K** führt **gleichzeitig zwei Bewegungen** aus, die sich in jedem Moment ungestört überlagern:

1. Eine kräftefreie (gleichförmige und geradlinige) **Trägheitsbewegung** mit der Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  in Richtung des Wurfwinkels  $\alpha$  infolge seiner **Massenträgheit** und
2. eine **beschleunigte Fallbewegung** nach unten mit  $\vec{a} = -\vec{g}$  infolge der **Erdanziehungskraft**.

► Für die Beträge der **Horizontalkomponenten** der Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}$  und des zurückgelegten Weges  $\vec{s}$  gilt in jedem Zeitpunkt  $t$  :

$$v_x = v_{ox} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

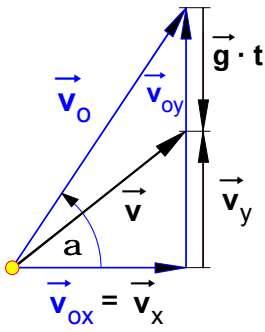
$$s_x = v_x \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$$

► Für die Beträge der **Vertikalkomponenten** der Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}$  und des zurückgelegten Weges  $\vec{s}$  gilt in jedem Zeitpunkt  $t$  :

$$v_y = v_{oy} - g \cdot t = v_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t$$

$$s_y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

• Der **schiefe Wurf** – Die allgemeine Form der Wurfbewegung



► Für die Beträge der **Horizontalkomponenten** der Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}$  und des zurückgelegten Weges  $\vec{s}$  gilt in jedem Zeitpunkt  $t$  :

$$v_x = v_{ox} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$s_x = v_x \cdot t = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$$

► Für die Beträge der **Vertikalkomponenten** der Momentangeschwindigkeit  $\vec{v}$  und des zurückgelegten Weges  $\vec{s}$  gilt in jedem Zeitpunkt  $t$  :

$$v_y = v_{oy} - g \cdot t = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$$

$$s_y = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Sonderfälle des schiefen Wurfs

► Der **waagerechte Wurf**

$$\alpha = 0^\circ \quad \cos 0^\circ = 1 \quad \sin 0^\circ = 0$$

$$v_x = v_0$$

$$s_x = v_x \cdot t = v_0 \cdot t$$

$$v_y = 0 - g \cdot t$$

$$s_y = 0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

► Der **senkrechte Wurf**

nach **oben**

$$\alpha = 90^\circ \quad \cos 90^\circ = 0 \quad \sin 90^\circ = 1$$

$$v_x = 0$$

$$s_x = v_x \cdot t = 0$$

$$v_y = v_0 - g \cdot t$$

$$s_y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

nach **unten**

$$\alpha = -90^\circ \quad \cos -90^\circ = 0 \quad \sin -90^\circ = -1$$

$$v_x = 0$$

$$s_x = v_x \cdot t = 0$$

$$v_y = -v_0 - g \cdot t$$

$$s_y = -v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

► Der **freie Fall**

$$\alpha = -90^\circ \quad \cos -90^\circ = 0 \quad \sin -90^\circ = -1$$

$$v_x = 0$$

$$s_x = v_x \cdot t = 0$$

$$v_0 = 0$$

$$v_y = 0 - g \cdot t$$

$$s_y = 0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

- Nach **Aristoteles** besitzt jeder "schwere Körper", wie beispielsweise ein Stein, den man vom Boden aufhebt und dann wieder losläßt, die Eigenschaft, mit einer **bestimmten**, im gleichsam "von Natur aus" eingprägten **Geschwindigkeit** zur Erde zu fallen, denn die Erde sei der "natürliche Ort" dieser Körper. Bei Körpern mit größerem Gewicht sei dieses Bestreben von "Natur aus" stärker ausgeprägt als bei leichteren. Daher fallen nach Aristoteles schwerere Körper auch rascher zur Erde als leichtere, denn ihnen sei von "Natur aus" nur eine geringere Fallgeschwindigkeit eingpräg. Diese Auffassung scheint mit unseren Erfahrungen weitgehend übereinzustimmen. So fällt gemäß unseren Alltagswahrnehmungen z.B. eine Bleikugel schneller zur Erde als eine Flaumfeder.

- Zu dieser Frage, ob schwere Körper schneller zur Erde fallen als leichte, zunächst **zwei Lehrbuchtexte** :

1. In einem weit verbreiteten Hochschullehrbuch der Experimentalphysik wird dazu festgestellt :

»Zwei gleich große Kugeln aus Aluminium und Blei, die also sehr verschiedenes Gewicht haben, lassen wir gleichzeitig aus derselben Höhe zu Boden fallen. Wir stellen fest, daß sie zur gleichen Zeit am Boden aufschlagen, wie bereits **Galilei** 1590 durch Fallversuche am schiefen Turm von Pisa festgestellt hat.« Nach einer kurzen Beschreibung eines weiteren Versuchs, demzufolge eine Flaumfeder und eine Bleikugel, die man in einem luftleer gepumpten Glasrohr gleichzeitig fallen läßt, »im gleichen Augenblick auf den Boden des Rohres aufschlagen«, kommt der Autor zum Schluß: »Wir dürfen also das **Erfahrungsgesetz** aussprechen: **Im luftleeren Raum fallen alle Körper gleich schnell.**«

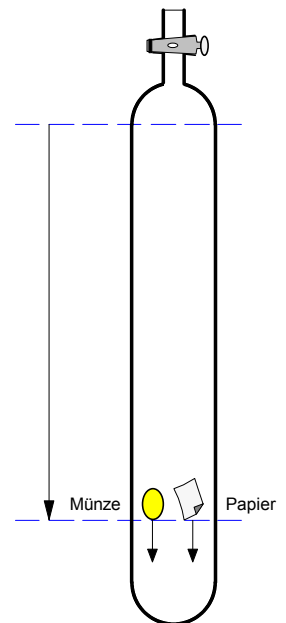
Quelle: L.Bergmann - Cl.Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band I, Berlin 1961, S. 33 f.

2. In einem Physikbuch für die Oberstufe heißt es dazu:

»Galilei habe - so wird berichtet - den schiefen Turm von Pisa bestiegen und von oben verschieden schwere Körper gleichzeitig hinabgeworfen. Wenngleich dies wohl eine Legende sein dürfte, so steht doch fest, daß er Fallversuche tatsächlich durchgeführt hat. Er beobachtete dabei, daß die Körper trotz ihres unterschiedlichen Gewichtes nahezu gleichzeitig den Boden erreichten. ...

Man kann **Galileis Versuch** (!) leicht wiederholen. Man nehme eine Münze und ein kleines Stück Papier und lasse sie gleichzeitig aus der gleichen Höhe zu Boden fallen. Die Münze wird schnell unten sein, während das Stück Papier sich sehr viel länger in der Luft heruntreibt. Zerknüllt man aber das Papier und rollt es zu einem kleinen Kügelchen zusammen, dann wird es fast so schnell fallen wie die Münze. Läßt man die Fallbewegung schließlich in einem **luftleer gepumpten Glasrohr** (siehe Abb. rechts) vor sich gehen, so wird man feststellen, daß die Münze und das Stück Papier mit genau der gleichen Geschwindigkeit zu Boden fallen.«

Quelle: R.Sexl u.a., Das mechanische Universum, Eine Einführung in die Physik, Band 1, Frankfurt am Main 1980, S. 15



- Zwei kurze historische Zwischenbemerkungen:

1. Galilei ist am 8. Januar **1642** in Arcetri gestorben.
2. Die Vakuumpumpe wurde im Jahre **1650** von dem Magdeburger Bürgermeister Otto von Guericke erfunden.

• **Galileis Begründung des "freien Falls" im Vakuum als allgemeine Form der Fallbewegung**

**Salviati:** ... Nachdem ich mich von der Unwahrheit dessen überzeugt hatte, daß ein und derselbe Körper in verschieden widerstehenden Mitteln Geschwindigkeiten erlange, die den Widerständen umgekehrt proportional seien, sowie von der Unwahrheit dessen, daß Körper von verschiedenem Gewicht in ein und demselben Mittel diesen Gewichten proportionale Geschwindigkeiten erlangen ... , kombinierte ich beide Erscheinungen, indem ich Körper verschiedenen Gewichtes in verschieden widerstehende Medien brachte, und fand, daß die erzeugten Geschwindigkeiten um so mehr von einander abwichen, als der Widerstand des Mediums größer war, und zwar in solchem Betrage, daß zwei Körper, die in der Luft nur sehr wenig verschieden fallen, im Wasser um's Zehnfache differieren können; auch kommt es vor, daß ein Körper in der Luft fällt, im Wasser dagegen schwebt, d.h. sich gar nicht bewegt, ja sogar emporsteigt. ... Angesichts dessen glaube ich, daß wenn man den Widerstand der Luft ganz aufhobe, alle Körper ganz gleich schnell fallen würden.

**Simplicio:** Das ist eine gewagte Behauptung, Herr Salviati. Ich meinerseits werde nie glauben, daß in ein und demselben Vakuum, wenn es in demselben eine Bewegung gibt, eine Wollflocke ebenso schnell wie Blei fallen werde.

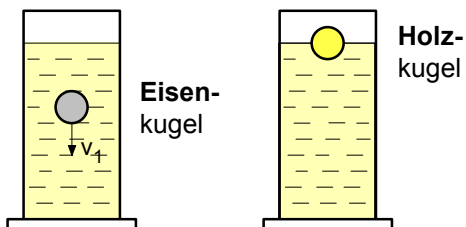


*Salviati:* Nur gemacht, Herr Simplicio, Euer Bedenken ist nicht so begründet, und ich bin nicht um Antwort in Verlegenheit. Zu meiner Rechtfertigung und zu Eurer Belehrung hört mich an : Wir wollen die Bewegung der verschiedensten Körper in einem nicht widerstehenden Mittel untersuchen, **so daß alle Verschiedenheit auf die fallenden Körper zurückzuführen wäre.** Und da nur ein Raum, der völlig luftleer ist und auch keine andere Materie enthält, sei dieselbe noch so fein und nachgiebig, geeignet erscheint das zu zeigen, was wir suchen, und da wir solch einen Raum **nicht** herstellen können, so wollen wir prüfen, was in feineren Medien und weniger widerstehenden geschieht im Gegensatz zu anderen weniger feinen und stärker widerstehenden. Finden wir tatsächlich, daß verschiedene Körper **immer weniger verschieden sich bewegen**, je nachgiebiger die Medien sind, und dass schließlich, trotz sehr großer Verschiedenheit der fallenden Körper im allerfeinsten Medium der allerkleinste Unterschied verbleibt, ja eine kaum noch wahrnehmbare Differenz, dann, scheint mir, dürfen wir mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß im Vakuum völlige Gleichheit eintreten werde.

Quelle: Galileo Galilei, Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend, Leyden 1638. In deutscher Übersetzung hrsg. von Arthur v. Oettingen, Nachdruck: Darmstadt 1973, S. 62 und 65 f.

- Relativ willkürlich gewähltes **Zahlenbeispiel** zur **Verdeutlichung des Gedankenganges** von **Galilei**

### 1. Wasser als Medium



mittlere Fallgeschwindigkeit:

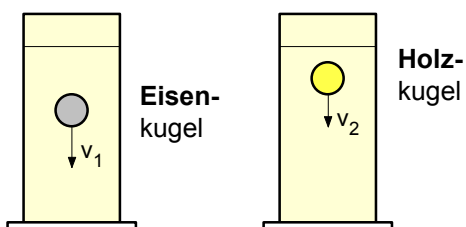
$$v_1 = 2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 2 \text{ m/s}$$

**Geschwindigkeits-  
unterschied :**

### 2. Luft als Medium



mittlere Fallgeschwindigkeit:

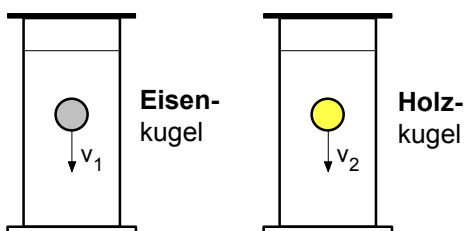
$$v_1 = 8 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 7,5 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 0,5 \text{ m/s}$$

**Geschwindigkeits-  
unterschied :**

### 3. Vakuum



mittlere Fallgeschwindigkeit:

$$v_1 = 8,2 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 8,2 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 0 \text{ m/s}$$

**Geschwindigkeits-  
unterschied :**

### • Fazit von Galilei:

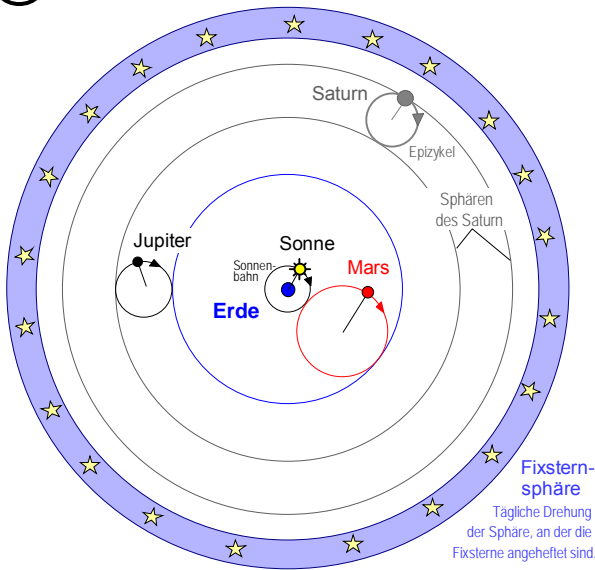
Je dünner der Stoff (das „Medium“) ist, in dem die verschieden schweren Körper fallen, desto geringer sind die **Geschwindigkeitsunterschiede**.

Im völlig stofflosen, also im **leeren Raum** (Vakuum), gibt es überhaupt **keinen Unterschied** mehr, d.h. dort **fallen alle Körper gleich schnell**.

Anmerkung: Galilei spricht von der „Geschwindigkeit“ der fallenden Körper. Gemeint ist aber deren Beschleunigung. Denn was im stoffgefüllten unterschiedlich ist bzw. im Vakuum gleich ist, ist **nicht** die „Geschwindigkeit“, sondern die **Beschleunigung**, mit der die verschiedenen Körper fallen.

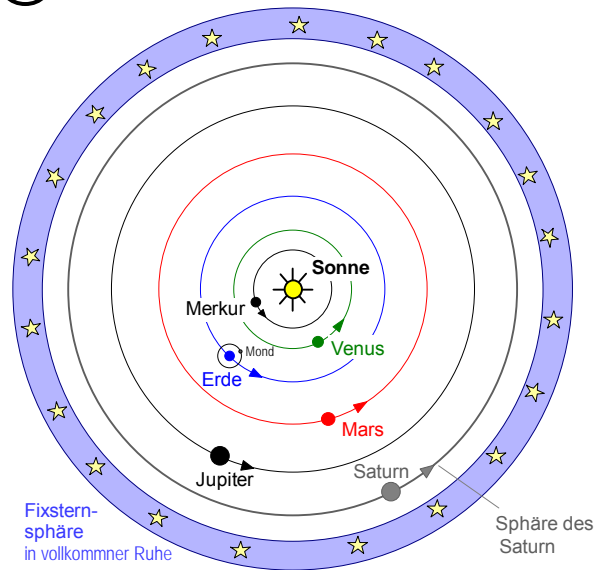
Arbeitsblatt Nr. 26 : Stationen der Ablösung des geozentrischen Weltbildes

1. Claudius Ptolemaeus (100 – ca. 165 n.Chr.)



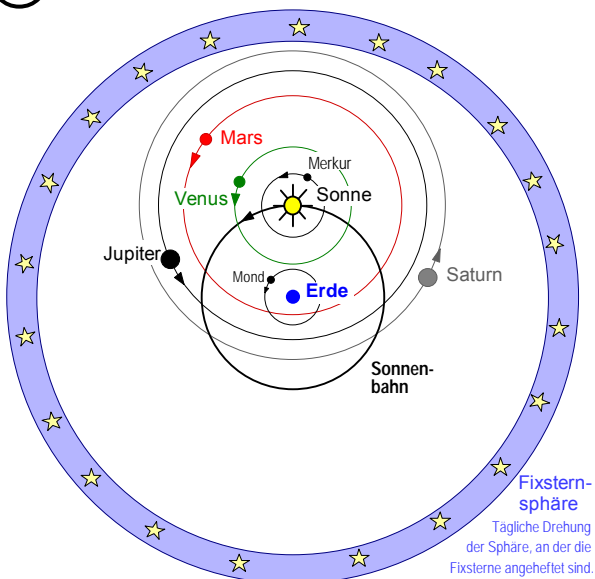
- Erde im Mittelpunkt ruhend (*geozentrisch*)
- Sphären und Epizykel\* als Träger der Planeten
- Kreisbewegung der Sonne sowie Excenter- und Epizykelbewegung der Planeten um die Erde

2. Nikolaus Kopernikus (1473 – 1543)



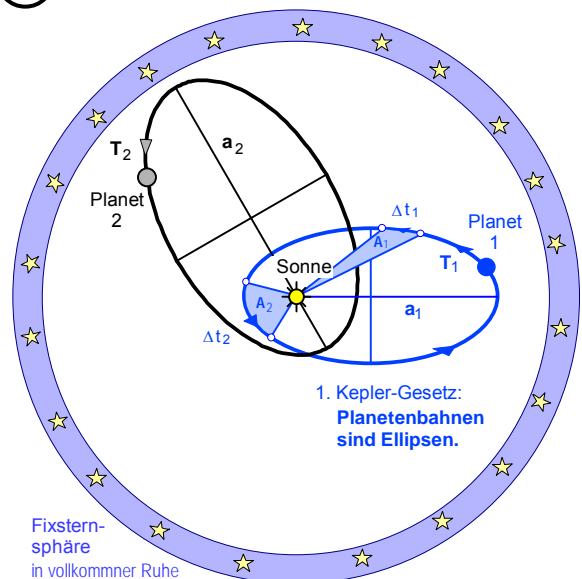
- Sonne im Mittelpunkt ruhend (*heliocentrisch*)
- Sphären werden durch Bahnkreise (Orbes) ersetzt.
- Erde dreht sich um die eigene Achse und wie die andere Planeten gleichförmig um die Sonne.

3. Tycho Brahe (1546 – 1601)



- Erde im Mittelpunkt ruhend
- Sonne kreist um die Erde während die Planeten um die Sonne kreisen
- Sphärentheorie war für T. Brahe bedeutungslos.

4. Johannes Kepler (1571 – 1630)



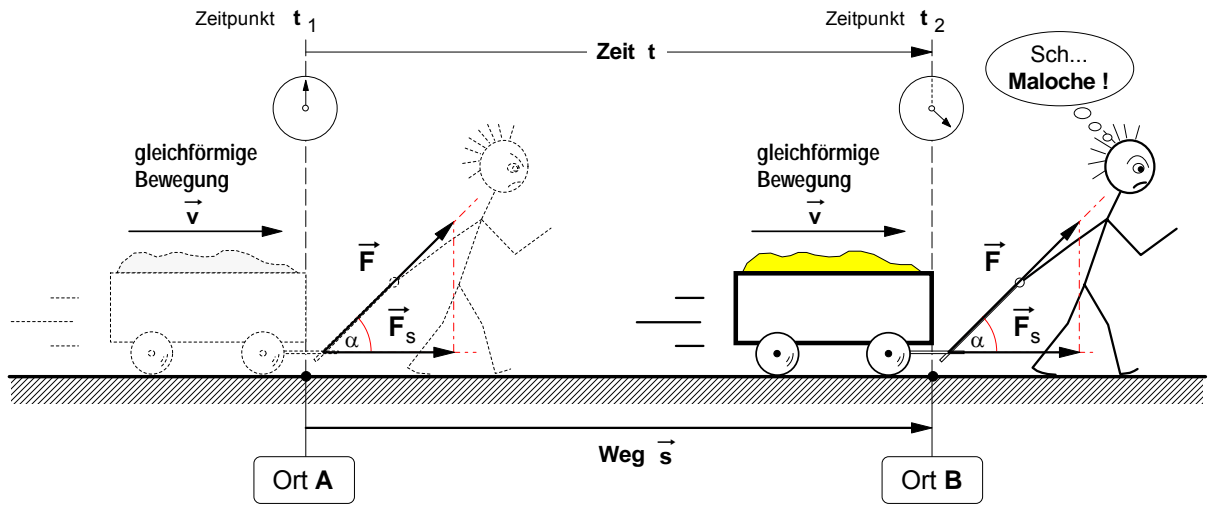
- Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen um die Sonne (keine Sphären mehr als Träger)
- Sonne steht in einem der beiden Brennpunkte der Ellipsenbahnen

5. Galileo Galilei (1564 – 1642)

Mit der Entdeckung der Jupitermonde im Jahre 1610 gab Galilei dem geozentrischen Weltbild gleichsam den Rest. Er konnte damit zeigen, dass auch Planeten Monde haben können. Dies widersprach der Sphärentheorie, denn die Idee, dass kristallkugelähnliche Sphären als Träger der Planeten die Erde umhüllten, war unvereinbar mit Monden um die Planeten, da diese ja bei ihrem Umlauf um den Planeten die Sphären gleichsam »zerschlagen« würden.

\* Die Sphären (= Oberfläche einer Kugel) waren fiktive Kristallkugeln aus unsichtbarer »Himmelsmaterie«. Sie waren um die Erde (Zentralkörper) konzentrisch angeordnet. Jeder Planet war an einem »Epizykel«, einer ebenfalls unsichtbaren Kugel, die genau zwischen zwei Sphären passte, befestigt. Diese Epizykel umrollten die Erde in dem Hohlraum zwischen zwei Sphären. Vgl. Teichmann, Jürgen: Wandel des Weltbildes, Stuttgart 1999, S. 43 ff.

1. Die mechanische **Arbeit**



• Annahmen und Voraussetzungen

Wir wollen annehmen, der Wagen werde **gleichförmig** entlang des Weges  $\vec{s}$  vom Ort **A** nach Ort **B** bewegt. Dies setzt voraus, daß die in Wegrichtung wirksame Kraft auf den Wagen gerade so groß ist wie die gegen die Bewegungsrichtung wirkende Reibungskraft.

- Die Kraft  $\vec{F}$  greift in einem Winkel  $\alpha$  gegenüber der Wegrichtung an dem bewegten Körper an. Der Betrag  $F_s$  der in Wegrichtung wirksamen Komponente dieser Kraft  $\vec{F}$  läßt sich wie folgt berechnen:

$$F_s = F \cdot \cos \alpha$$

$F$  ... Betrag der unter dem Winkel  $\alpha$  an dem Körper angreifenden Kraft in **N**  
 $\alpha$  ... Winkel zwischen Wegvektor  $\vec{s}$  und Kraftvektor  $\vec{F}$   
 $F_s$  ... Betrag der in Wegrichtung wirksamen Kraftkomponente in **N**

- Um den Wagen von dem Ort **A** zum Ort **B** gemäß unserer Annahmen zu bewegen, muß an dem Wagen eine **Arbeit** verrichtet werden. Physikalisch betrachtet, ist diese **Arbeit** um so größer, je größer

- a) der Betrag der in Wegrichtung wirksamen Kraftkomponente und
- b) der während der Bewegung von A nach B zurückgelegte Weg s ist. Daraus folgt für die

► **Definition** der mechanischen **Arbeit W** :

$$W = F_s \cdot s$$

$F_s$  ... Betrag der Kraft in Wegrichtung in **N**  
 $s$  ... Betrag des zurückgelegten Weges in **m**  
 $W$  ... mechanische Arbeit in **Nm** (= 1 **Ws**)

2. Die mechanische **Leistung**

- Wird der Wagen unter den oben genannten Voraussetzungen in einer kürzeren Zeit  $t$  und damit mit einer größeren Geschwindigkeit  $v$  gleichförmig vom Ort **A** nach Ort **B** bewegt, so ändert sich die dazu notwendige Arbeit **nicht**, sie wird nur **schneller** verrichtet. Um schnell verrichtete Arbeit von langsam verrichteter zu unterscheiden, hat man in der Physik den Begriff der **Leistung** eingeführt. Diese ist um so größer, je größer die Arbeit  $W$  und je kleiner die dafür benötigte Zeit  $t$  ist. Aus dieser Überlegung folgt für die

► **Definition** der mechanischen **Leistung P** :

$$P = \frac{W}{t}$$

$W$  ... mechanische Arbeit in **Nm**  
 $t$  ... Zeit, in der die Arbeit verrichtet wird, in **s**  
 $P$  ... mechanische Leistung in **Nm/s** (= 1 **W**)

- Unter Einbeziehung der **Geschwindigkeit** läßt sich die **Leistung** auch wie folgt berechnen:

$P = \frac{W}{t}$  mit  $W = F_s \cdot s$  ergibt sich  $P = \frac{F_s \cdot s}{t}$  und mit  $\frac{s}{t} = v$  schließlich die Formel:

$$P = F_s \cdot v$$

$F_s$  ... Betrag der in Wegrichtung wirksamen Kraftkomponente in **N**  
 $v$  ... Geschwindigkeit, mit der sich der Körper gleichförmig bewegt in **m/s**  
 $P$  ... mechanische Leistung in **Nm/s** (1 Nm/s = 1 W [Watt])

1. Mit einem Baustellenkran wird ein Betonkörper mit einer Masse von **6** Tonnen in **75** Sekunden auf eine Höhe von **15** m angehoben ( $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ). Welche **Arbeit** wird verrichtet und welche **Leistung** entwickelt der Kran? [900 kNm ; 12 kW]
2. Eine Holzkiste mit einer Masse von **30** kg wird auf einem Holzboden in **5** Sekunden waagrecht um **3** Meter gleichförmig verschoben. Die Gleitreibungszahl beträgt  $\mu_R = 0,4$ . Rechnen Sie mit  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- Welche Arbeit muß verrichtet und welche Leistung aufgebracht werden? [360 Nm ; 72 W]
  - Welche Arbeit und Leistung wären erforderlich, um die Kiste in **5** Sekunden senkrecht nach oben auf eine Höhe von **3** Meter anzuheben? [900 Nm ; 180 W]
3. Ein Reisender hat die Wahl, seinen Koffer mit der Masse  $m_1 = 20$  kg auf verschiedene Arten auf einem ebenen Bahnsteig **100** m weit zu transportieren ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Welche Arbeit muß er zur Beförderung des Koffers verrichten, wenn er den Koffer
- auf einem **Kofferkuli** mit der Masse  $m_2 = 30$  kg (Rollreibungszahl  $\mu_R = 0,06$ ) schiebt? [3000 Nm]
  - auf einen **Handwagen** stellt, den er an der gegenüber dem Bahnsteig um **50°** geneigten Deichsel mit einer Kraft von **25** N ziehen muß? [1607 Nm]
  - ohne Transportmittel einfach durch **Tragen** befördert? [0 Nm]
4. In den folgenden Aufgaben geht es um Leistungen, die Menschen bei der Ausübung bestimmter Freizeitaktivitäten erbringen ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).
- Ein geübter Bergsteiger, der einschließlich seiner Ausrüstung die Masse **90** kg hat, besteigt von der Höllentalangerhütte (**1379** m) aus in **4** Stunden die Zugspitze (**2963** m). Welche **Hubarbeit** in kWh verrichtet er beim Hochsteigen gegen die Gewichtskraft an sich selbst? Wie groß ist dabei seine mittlere **Leistung** in W? [0,396 kWh ; 99 W]
  - Bergwanderer mit einer Körpermasse von **75** kg erbringen bei "normaler Anstrengung" eine Hubleistung von etwa **60** W. Welche Faustregel ergibt sich daraus für den Höhenunterschied, den sie in **einer** Stunde bewältigen? [288 m]
  - Ein Radfahrer hat einen durch Reibung hervorgerufenen Rollwiderstand von **20** N zu überwinden. Welche **Leistung** in W erbringt er, wenn er mit **18** km/h fährt? [100 W]
5. Die veraltete und nicht mehr zulässige, häufig aber immer noch verwendete Leistungseinheit **1 PS** ("1 Pferdestärke") war wie folgt festgelegt: "**1 PS** ist jene Leistung, die zu erbringen ist, um einen Körper der Masse **75** kg in einer Sekunde einen Meter hochzuheben".
- Welcher Leistung in **Watt** entspricht die Leistung von **1 PS** ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ )? [736 W]
  - Ein Pferd kann die Dauerleistung von etwa **500** W erbringen. Rechnen Sie diese Leistung in **PS** um? [0,68 PS]
  - Rechnen Sie die mit **90** PS angegebene Motorleistung eines Autos in **kW** um? [66,2 kW]
6. Auf einer Baustelle hebt ein Turmdrehkran eine Betonplatte mit einer Masse von **2250** kg auf eine Höhe von **20** m. In welcher Zeit kann die Platte im günstigsten Fall auf diese Höhe gezogen werden, wenn der Antriebsmotor eine Leistung von **36** kW entwickelt ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )? [12,5 s]
7. Wenn der Intercity-Express seine Höchstleistung von **4,2** MW erbringt, erreicht er auf ebener Strecke seine Höchstgeschwindigkeit von **350** km/h. Welche Zugkraft entwickelt dabei die Lokomotive? [43,2 kN]

**Einsteins Postulate der speziellen Relativitätstheorie**

In seiner berühmten Abhandlung »Zur Elektrodynamik bewegter Körper« aus dem Jahre 1905 stellt Albert Einstein (1879 – 1955) zwei Postulate auf:

**1. Prinzip der Relativität:** Jede gleichförmige Bewegung ist **relativ** und kann nicht ohne Bezug auf einen zweiten Körper festgestellt werden. Dies gilt nicht nur für mechanische Bewegungen, sondern auch für das **Licht** oder für elektromagnetische Wechselwirkungen. Alle physikalischen Gesetze haben in jedem Bezugssystem (Inertialsystem) die gleiche Form.

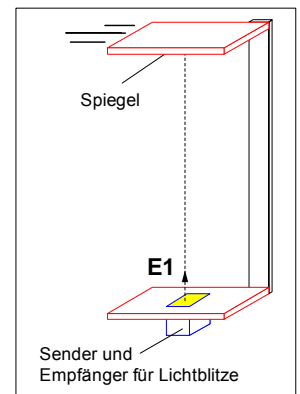
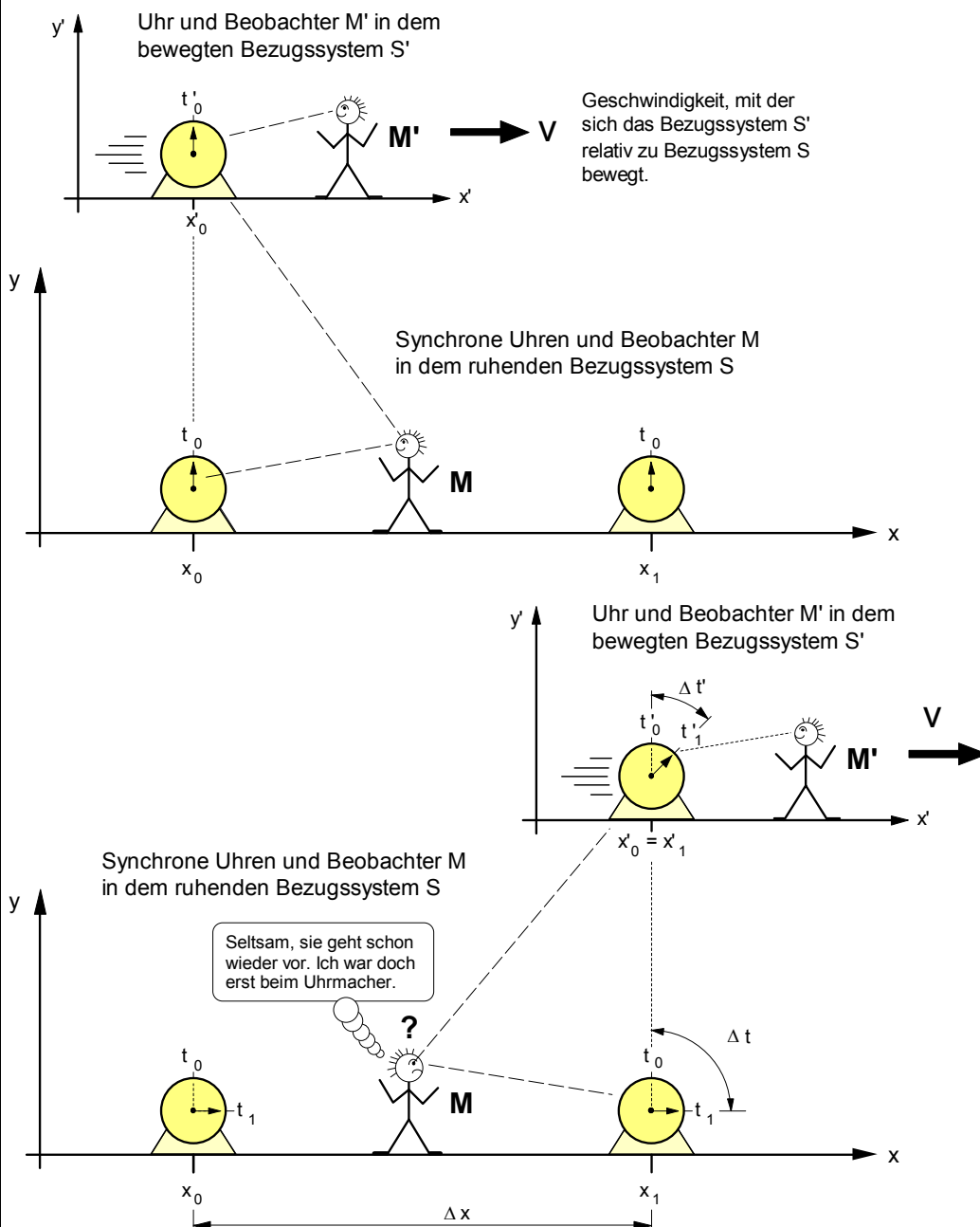
**2. Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:** Die Lichtgeschwindigkeit **c** im Vakuum ist in allen Bezugssystemen stets gleich groß; sie ist unabhängig von der relativen Geschwindigkeit sowohl der Lichtquelle als auch des Beobachters (Lichtempfänger). Jedermann beobachtet die gleiche Geschwindigkeit **c** für das Licht ganz gleich, wie er oder andere sich bewegen.

**Zeitdehnung (Zeitdilataion): Bewegte Uhren gehen langsamer.**

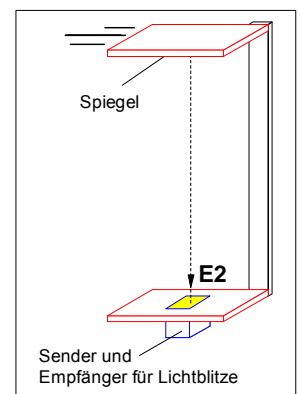
Die von einer **ruhenden Uhr** gemessene Zeitdauer  $\Delta t$  zwischen zwei Ereignissen  $E_1$  und  $E_2$  ist **länger** als die von einer **bewegten Uhr** gemessene Zeitdauer  $\Delta t'$  zwischen diesen beiden Ereignissen  $E_1$  und  $E_2$ .

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Zur Darstellung des Phänomens der Zeitdilataion und zur Begründung der Formel wollen wir im folgenden als Zeitmeßgerät das von Richard Feynman (amerikanischer Physiker und Nobelpreisträger, 1918 – 1988) entwickelte Modell einer Lichtuhr verwenden.



**Ereignis E<sub>1</sub> :**  
Ein Lichtimpuls verläßt im Zeitpunkt  $t_0$  bzw.  $t'_0$  den Sender der **bewegten Lichtuhr** im Bezugssystem S'

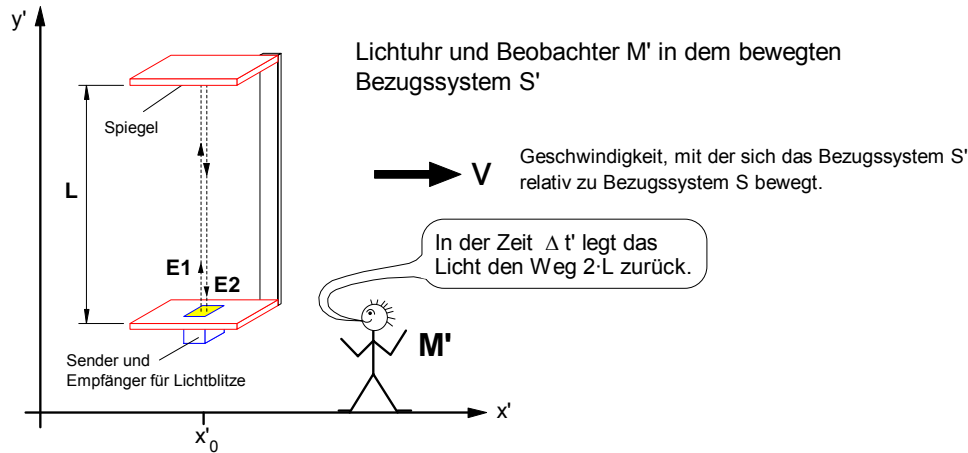


**Ereignis E<sub>2</sub> :**  
Ein Lichtimpuls trifft im Zeitpunkt  $t_1$  bzw.  $t'_1$  auf den Empfänger der **bewegten Lichtuhr** im Bezugssystem S'

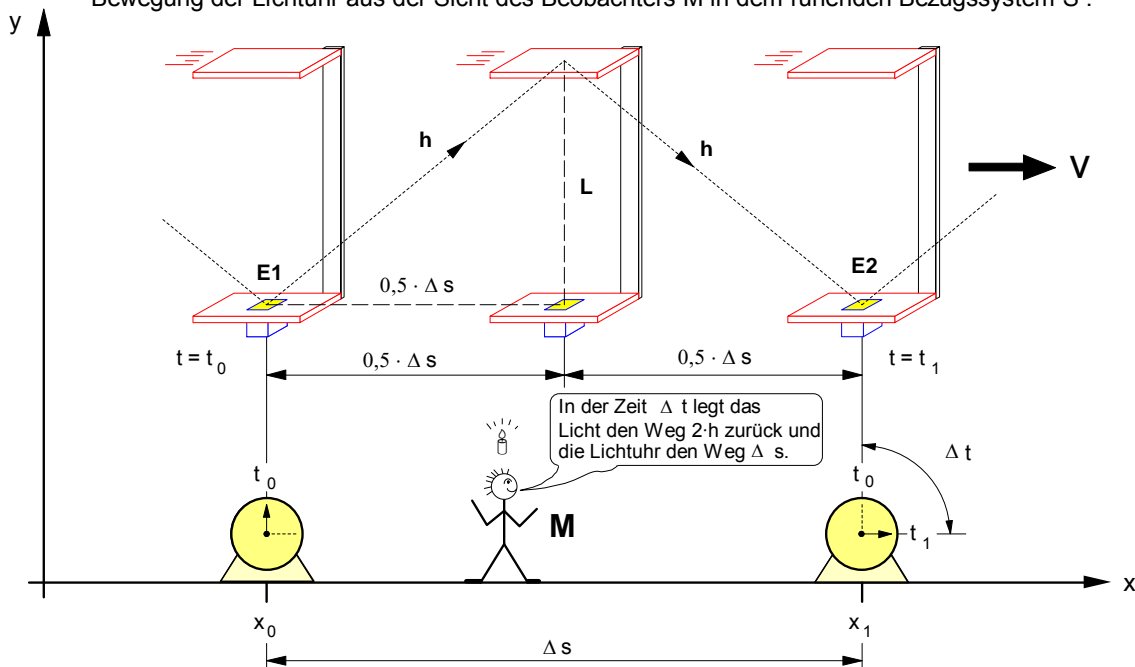
**Zeitmessungen in verschiedenen Bezugssystemen mit einer Lichtuhr** (nach Richard Feynman)

- Für Beobachter **M'** in dem **bewegten** Bezugssystem **S'** gilt für die Zeitdauer  $\Delta t'$  zwischen den Ereignissen **E1** (Aussenden des Lichtimpulses) und **E2** (Empfang des Lichtimpulses):

$$\Delta t' = \frac{2 \cdot L}{c} \quad [1]$$



Bewegung der Lichtuhr aus der Sicht des Beobachters M in dem ruhenden Bezugssystem S :



- Für Beobachter **M** in dem **ruhenden** Bezugssystem **S** gilt für die Zeitdauer  $\Delta t$  zwischen den Ereignissen **E1** (Aussenden des Lichtimpulses) und **E2** (Empfang des Lichtimpulses) :

$$\Delta t = \frac{2 \cdot h}{c} \quad [2]$$

- Außerdem legt die Lichtuhr aus der Sicht des Beobachters **M** in der Zeit  $\Delta t$  folgenden Weg zurück :

$$\Delta s = v \cdot \Delta t \quad [3]$$

- Nach Pythagoras gilt für das rechtwinklige Dreieck mit den Seiten **h** , **L** und **0,5 · Δs** :

$$h^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta s\right)^2 + L^2$$

mit  $L = \frac{c \cdot \Delta t'}{2}$  gemäß Gl. [1]

und  $\Delta s = v \cdot \Delta t$  gemäß Gl. [3]

sowie  $h = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$  gemäß Gl. [2]

$$\left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot v \cdot \Delta t\right)^2 + \left(\frac{c \cdot \Delta t'}{2}\right)^2$$

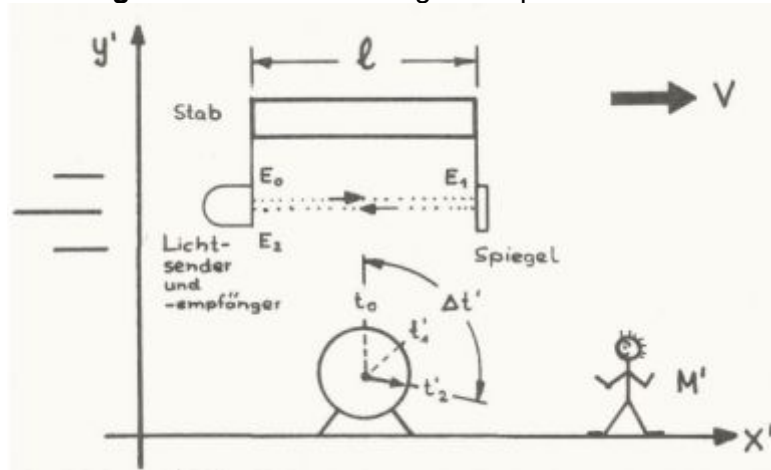
$$b_c \cdot \Delta t^2 - b_v \cdot \Delta t^2 = b_c \cdot \Delta t'^2$$

$$\Delta t^2 = \frac{b_c \cdot \Delta t'^2}{c^2 - v^2}$$

⇒

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Die **Längenkontraktion**<sup>1</sup> bewegter Körper



► Länge  $l$  eines ruhenden Stabes :

Für den in dem bewegten Bezugssystem S1 mitbewegten Beobachter M1 befindet sich der bewegte Stab in Ruhe. Aus seiner Sicht läßt sich die Länge  $l$  des für ihn ruhenden Stabes mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  wie folgt bestimmen:

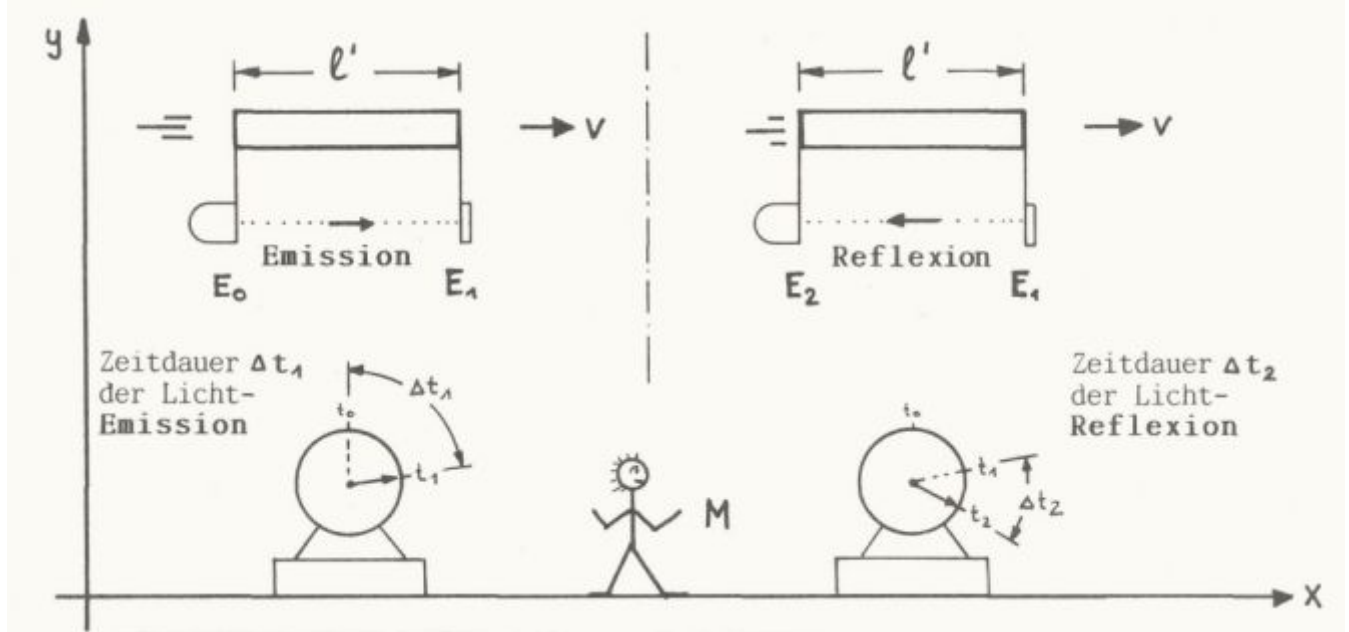
$$l = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \Delta t' \quad [1]$$

Entsprechend gilt für die mit seiner bewegten Uhr gemessenen Zeit  $\Delta t'$  zwischen den Ereignissen  $E_0$  (Aussenden des Lichtimpulses) und  $E_2$  (Empfang des Lichtimpulses):

$$\Delta t' = \frac{2 \cdot l}{c} \quad [2]$$

► Länge  $l'$  des bewegten Stabes aus der Sicht des Beobachters M im ruhenden System S:

Für Hin- und Rückweg braucht der Lichtimpuls unterschiedliche Zeiten  $\Delta t_1$  und  $\Delta t_2$ , da er einmal dem Stab nachlaufen muß (Emission) und beim ändern mal dem Stab entgegenkommt (Reflexion).



• Wege  $s_{Li}$ , die das **Licht** in der Emissions- und Reflexionsphase zurücklegt:

$$s_{L_1} = c \cdot \Delta t_1$$

$$s_{L_2} = c \cdot \Delta t_2$$

• Wege  $\Delta s_i$ , die der Stab in der Emissions- und Reflexionsphase zurücklegt:

$$\Delta s_1 = v \cdot \Delta t_1$$

$$\Delta s_2 = v \cdot \Delta t_2$$

• Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Bewegungsrichtungen des Lichtes in der Emissions- und Reflexionsphase gilt dann für die Lichtwege ( $s_{Li} = l' \pm \Delta s_i$ ):

$$c \cdot \Delta t_1 = l' + v \cdot \Delta t_1$$

$$c \cdot \Delta t_2 = l' - v \cdot \Delta t_2$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l'}{c-v} \quad [3]$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l'}{c+v} \quad [4]$$

• Für die gesamte Zeit zwischen den Ereignissen  $E_0$  und  $E_2$  gilt:  $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$

<sup>1</sup> Längenzusammenziehung