

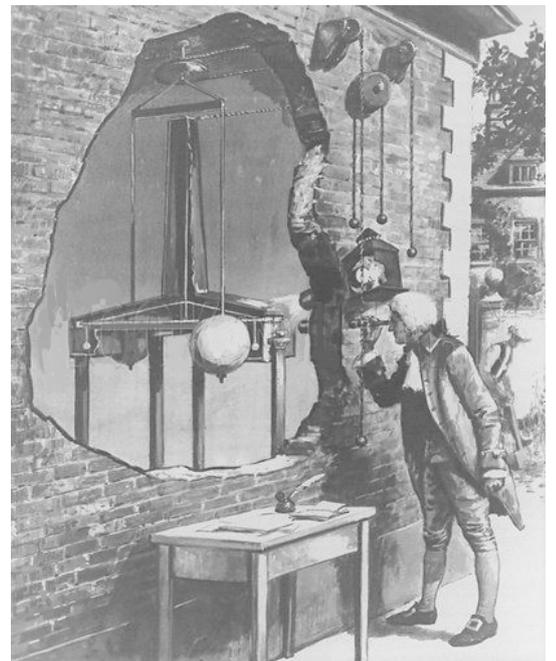
# GRAVITATION

## Das *Cavendish*-Experiment Wie sich die Gravitationskraft messen lässt

Jochen Sicars

Cavendishs Experiment ist eine großartige Bestätigung der Gravitationstheorie Newtons.

Richard Feynman (1963)



*Henry Cavendish* beobachtet in seinem nach ihm benannten Experiment 1798 die Gravitationswirkung zwischen zwei Bleikugeln. Die von ihm dokumentierten Messwerte ermöglichten über 100 Jahre nach der Formulierung des Gravitationsgesetzes von *Isaac Newton* (1686) erstmals die quantitative Bestimmung der Gravitationskonstanten.

Zeitgenössische Lithographie

GRAVITATION • CAVENDISH-EXPERIMENT  
Unterrichtsmaterial  
designed by sic Ars didactica

[www.sicars-didactica.de](http://www.sicars-didactica.de) • © [j.sicars@t-online.de](mailto:j.sicars@t-online.de) • Trautheim bei Darmstadt 2024

## Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung	3
A. Cavendish-Experiment: Allgemeine Aspekte	4
1. Die vier Elementarkräfte der Physik	4
2. Zum Problem der Messung kleiner Kräfte	4
3. Historisches zum <i>Cavendish</i> -Experiment	5
4. Was mit einer <i>Cavendish</i> -Drehwaage experimentell bestimmt werden kann	9
B. Vertiefende Erläuterungen zum Cavendish-Experiment	11
1. Die Ergebnisse des <i>Cavendish</i> -Experiments: „ <i>Conclusion</i> “	11
2. <i>Cavendish</i> s Formeln zur Berechnung der Erddichte	12
3. <i>Cavendish</i> -Experiment: Aufbau und Durchführung des Versuchs	13
3.1 Technische Zeichnung seiner Apparatur	13
3.2 Die Hauptbestandteile der <i>Cavendish</i> -Apparatur	14
3.3 Vergleich der <i>Cavendish</i> -Apparatur mit modernen Torsionsdrehwaagen	15
3.4 <i>Cavendish</i> s Versuchsdurchführung	16
4. Auswertungen der <i>Cavendish</i> -Experimente	18
4.1 Direkte Berechnung der Gravitationskonstanten $G$ mit Hilfe der <i>Cavendish</i> -Daten	18
4.2 <i>Cavendish</i> s Bestimmung der Dichte der Erde nach Darstellung von <i>Carl Ramsauer</i>	21
4.2.1 Trägheitsmoment des Pendelarms	22
4.2.2 Direktionsmoment des Torsionsdrahts	22
4.2.3 Drehmomente auf den Pendelarm: $M_T$ im Torsionsdraht und $M_G$ durch die Gravitation	22
4.2.4 Gravitationskraft $F_G$ zwischen großer Kugel $m_1$ ( <i>weight</i> ) und kleiner Kugel $m_2$ ( <i>ball</i> )	23
4.2.5 Masse und Dichte der Erde	23
4.3 Rekonstruktion der <i>Cavendish</i> -Formel zur Berechnung der Dichte der Erde	24
4.3.1 Herleitung der <i>Cavendish</i> -Formel für die Berechnung der mittleren Dichte der Erde	24
4.3.2 <i>Original</i> versus <i>Rekonstruktion</i> der <i>Cavendish</i> -Formel zur Berechnung der Erddichte	27
4.3.3 Berechnung der <i>Gravitationskonstanten</i> $G$ mit Hilfe der Erddichte von <i>Cavendish</i>	28
5. Kritische Nachbetrachtung	28
a) Zur Literatur- und Quellenlage	28
b) Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse	30
c) Zur Funktion des Anhangs	31
Anhang	32
A1. Das <i>Cavendish</i> -Experiment in Kurzdarstellung	32
A2. Gesellschaftlicher und historischer Hintergrund des <i>Cavendish</i> -Experiments	33
A3. <i>Cavendish</i> s Methode zur Bestimmung der Ausschläge des Pendelarms	34
a) Muster-Beispiel: Messwerte des Experiments XVII. vom 30. Mai 1798	34
b) Rekonstruktion des Vernier-Skalen-Systems zur Messung der Ausschläge des Pendelarms	35
c) Berechnung von Winkel und Bogen des Pendelarm-Ausschlags	38
A4. Zum Wechsel des Torsionsdrahtes und zum Skalenkreis-Radius	40
A5. <i>Conclusion</i> -Tabelle – Ergänzende Hinweise zur <i>Density</i> -Berechnung von <i>Cavendish</i>	41
A6. Weitere Einzelteile der Apparatur und Maßeinheiten <i>Cavendish</i> s	42
Literaturverzeichnis	45
Verzeichnis der Abbildungen und Tabellen	48

»Alles messen, was messbar ist, und versuchen,  
messbar zu machen, was es noch nicht ist!«

Prinzip von *Galilei* nach *Wilhelm Dilthey* (1894)<sup>1</sup>

## Vorbemerkung

Dieser Spruch stamme, so behauptet *Wilhelm Dilthey*, von *Galileo Galilei* und gebe dessen erkenntnistheoretische Grundhaltung bezüglich der Naturwissenschaften und ihrer Funktion treffend wieder. Auch wenn er sich auf vielen Internetseiten als *Galilei*-Zitat großer Beliebtheit erfreut, Belege dafür gibt es nicht. Belegt ist dagegen der Hinweis *Galileis*, dass das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik verfasst sei. Die Basis mathematischer Operationen sind Zahlen. In der Physik sind Zahlen stets mit Einheiten verbunden. Damit werden sie zu Größen und als solche sind sie über Messvorschriften definiert. Dabei handelt es sich um Vorschriften, die angeben, wie diese Größen gemessen und somit zahlenmäßig angegeben werden können.

Das gilt selbstverständlich auch für die Gravitationskraft. Damit ist auch ein wesentliches Motiv für die experimentellen Bemühungen von *Henry Cavendish* etwa 100 Jahre nach der Entdeckung des Gravitationsgesetzes von *Isaac Newton* erkennbar. Er wollte ein Verfahren zur Bestimmung von Gravitationskräften entwickeln, das auch auf relativ kleine Körper angewendet werden kann. Eigentlich wollte *Cavendish* mit seinem Experiment aus dem Jahre 1798 „nur“ die Dichte der Erde bestimmen. Da er das Volumen der Erde dank des damals bekannten Wissens über den Erdradius und die Kugelgeometrie berechnen konnte, blieb ihm „nur“ noch die Aufgabe, mit Hilfe seines Experiments den Wert der Erdmasse zu ermitteln. Dies allerdings setzt voraus, dass die Gravitationskraft zwischen zwei irdischen Körpern experimentell bestimmt wird, um daraus mit Hilfe des Gravitationsgesetzes die Gravitationskonstante  $G$  auf der Grundlage der empirisch gewonnenen Daten berechnen zu können. Wie wir [an anderer Stelle](#) bereits gezeigt haben, lässt sich unter dieser Voraussetzung die Masse der Erde berechnen. Insofern waren die Verfahren zur messtechnischen Bestimmung der Gravitationskraft  $F$  und der Gravitationskonstanten  $G$  die herausragenden Resultate des *Cavendish*-Experiments insbesondere im Hinblick auf die weitere Entwicklung der Physik und ihrer praktischen Anwendungsmöglichkeiten.

Die folgenden Ausführungen sind entstanden im Zusammenhang mit einem Unterrichtsprojekt an der Heinrich-Emanuel-Merck-Schule in Darmstadt. In diesem Projekt ging es um eine über das Internet fernsteuerbare, eigens für diesen Zweck mit nicht unerheblichem mechatronischen Aufwand umgebaute, handelsübliche Gravitationsdrehwaage, wie sie heute von Lehrmittelfirmen für Schulen und Universitäten angeboten wird.<sup>2</sup> Die praktischen Erfahrungen mit dieser Gravitationsdrehwaage haben auch uns immer wieder vor Augen geführt, worin das Kernproblem des *Cavendish*-Experiments liegt: Die extrem kleinen Gravitationskräfte. Auch *Cavendish* hat keine Mühen gescheut, dieses Problem mit einer außergewöhnlich empfindlichen Messanordnung durch die Gestaltung geeigneter Randbedingungen zu lösen. Aus seinem Bericht wird deutlich, dass er unermüdlich mit sehr viel Geduld beobachtet hat, immer wieder Anordnungen und Auswertungsverfahren variierte und seine Messungen systematisch wiederholt hat. Für unser Projekt ist das Ansporn, selbst bei vielfältigen Widrigkeiten in der Praxis immer wieder nach Wegen zu suchen, um die bei Online-Versuchen mit unserer Drehwaage auftretenden Probleme geduldig und zielstrebig zu lösen. Deshalb ist unsere Beschäftigung mit dem Experiment von *Henry Cavendish* umfassender als ursprünglich geplant ausgefallen. Vor allem haben wir uns intensiver mit seinem nicht immer leicht verständlichen Bericht über seine Experimente aus den Jahren 1797/1798 auseinandergesetzt.<sup>3</sup> Dabei sind immer wieder neue Fragen aufgetaucht, die insbesondere bei der inhaltlichen und graphischen Gestaltung sowohl des zweiten Hauptteils (Kapitel B) als auch des Anhangs so eingehend aufgearbeitet und reflektiert wurden, dass diese beiden Teile inzwischen eine größere Gewichtung gewonnen haben als der ursprüngliche Hauptteil (Kapitel A). Aufgrund vielfältiger Überschneidungen sind Wiederholungen im Kapitel B bewusst in Kauf genommen worden.

<sup>1</sup> Das sei das „Prinzip von Galilei“ behauptet Wilhelm Dilthey 1894, ohne eine Zitatquelle anzugeben: Dilthey, Wilhelm: Die Autonomie des Denkens, der konstruktive Rationalismus und der pantheistische Monismus nach ihrem Zusammenhang im 17. Jahrhundert. Archiv für Geschichte der Philosophie (1894), 8, 28–91, S. 45. Vgl. zur Deutung und Verwendung dieses Zitats: Kleinert, Andreas: Der messende Luchs – Zwei verbreitete Fehler in der Galilei-Literatur, N. T. M. 17 (2009) 199–206, Basel 2009 (Birkhäuser Verlag). Vgl. auch: Pinter, Christian: Kein Teleskop für Galilei, in: [Wiener Zeitung vom 14.02.2014](#).

<sup>2</sup> Es handelt sich um ein *Cavendish*-Experiment mit einer umgebauten Gravitationsdrehwaage der Firma Leybold, die seit 2012 von Interessenten über das Internet gesteuert werden kann. Der Versuchsaufbau ist ausführlich dokumentiert auf der folgenden Website: [„Cavendish-Experiment mit webgesteuerter Gravitationsdrehwaage“](#).

<sup>3</sup> Cavendish, Henry (1798): Experiments to determine the Density of the Earth vom 21. Juni 1798, Philosophical Transactions of the Royal Society, Volume 88, 31. December 1798. Online-Version: [Experiments to determine the Density of the Earth vom 21. Juni 1798](#).

## A. Cavendish-Experiment: Allgemeine Aspekte

### 1. Die vier Elementarkräfte der Physik

„Daß ich erkenne, was die Welt Im Innersten zusammenhält.“ Diese Zeilen aus [Goethes Faust](#) legen die Deutung nahe, als ginge es hier allein um das »Innerste« der Körper dieser Welt, also den Zusammenhalt der kleinsten Teilchen der Körper wie Atome oder andere Elementarteilchen. Diese Beschränkung lag sicherlich auch nicht in der Absicht Goethes. Vielmehr geht es darum zu erklären, was die Welt überhaupt zusammenhält. Unter physikalischen Gesichtspunkten kommt hier auch die Gravitation ins Spiel. Denn sie gehört zu den vier Elementarkräften, die das Universum zusammenhalten. Dazu gehören:

1. die Gravitationskraft zwischen Massen,
2. die Elektromagnetische Kraft zwischen elektrischen Ladungen,
3. die Kraft der starken Wechselwirkung zwischen [Hadronen](#) (z.B. Protonen und Neutronen) und
4. die Kraft der schwachen Wechselwirkung zwischen [Leptonen](#) (z. B. Elektronen und Neutronen).

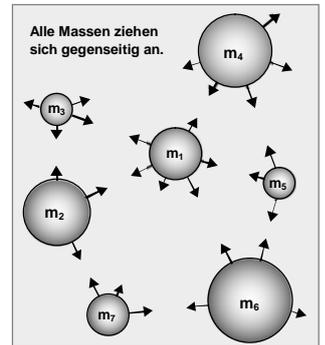


Bild 1: Hypothese über die Wirkung von Gravitationskräften: »Alle Massen ziehen sich gegenseitig an« (*Newton 1686*)

Mithin ist die Gravitationskraft außer der elektromagnetischen Kraft sowie der starken und schwachen [Wechselwirkungskraft](#) eine der vier Elementarkräfte in der Physik. Ihre Besonderheiten: Die Gravitationskraft ist universell wirksam, d. h. sie wirkt auf alle Körper und Teilchen. Sie ist bei irdischen Körpern zwar sehr schwach im Vergleich zu den anderen vier Kräften, sie kann allerdings über sehr große Entfernungen wirken. Außerdem wirkt sie stets anziehend, Abstoßungswirkungen wie bei den elektromagnetischen Kräften gibt es bei der Gravitation nicht. Auch wenn sie beispielsweise bezüglich ihrer Wirkung auf Elementarteilchen als vernachlässigbar klein angenommen werden kann, können sich Gravitationskräfte wegen ihrer Wirkung über große Entfernungen hinweg bei einer hinreichend großen Zahl von Materieteilchen addieren und »die Oberhand über alle anderen Kräfte gewinnen. Aus diesem Grund bestimmt die Gravitation die Entwicklung des Universums.« (*Stephen Hawking*)<sup>4</sup>

### 2. Zum Problem der Messung kleiner Kräfte

Neben der elektromagnetischen Kraft gehört die Gravitationskraft zu jenen Elementarkräften, die nahezu unendlich weit ins Universum hinein wirken. Allerdings ist sie auch die kleinste, insbesondere wenn es um die Anziehungskraft zwischen zwei irdischen Körpern mit relativ kleinen Massen geht. Die hierbei wirksamen Kräfte liegen in der Größenordnung von Nano-Newton. Zur Verdeutlichung:

Ein Nano-Newton entspricht in etwa einer Kraft, mit der beispielsweise ein Sandkorn von 1,5 mm Durchmesser auf seine Unterlage drückt.

Obwohl zu Zeiten *Newtons* die Feinmechanik schon soweit fortgeschritten war, dass relativ präzise Balkenwaagen (Bild 2) zur Messung von Massen in der Größenordnung von 100 Milligramm und damit von Gewichtskräften in Milli-Newton zur Verfügung standen, reichte deren Empfindlichkeit bei weitem nicht aus, um Gravitationseffekte zwischen irdischen Massen zu zeigen, geschweige denn zu messen.

Daher bedurfte es einer außerordentlich empfindlichen Messeinrichtung, um die Richtigkeit der von *Newton 1686* behaupteten Hypothese von der gegenseitigen Gravitationswirkung auch bei irdischen Körpern nachzuweisen. Als sich knapp über 100 Jahre später sein Landsmann *Henry Cavendish* (1731-1810) anschickte diesen Nachweis zu erbringen, konnte er auf das Prinzip einer Torsionsdrehwaage (Bild 3) zurückgreifen, wie sie *John Michell* (1724-1793) bereits im Jahre 1783 konstruiert und beschrieben hatte. *Michell* entwickelte eine solche Torsionsdrehwaage im Rahmen seiner Erdbebenforschung. Er selbst hatte nicht mehr die Zeit gefunden, sie im Experiment zu erproben. So veranlasste er kurz vor seinem Tod, seine Apparatur an seinen Freund und Kollegen *Cavendish* weiterzugeben. Mit einer solchen Torsionsdrehwaage gelang es *Cavendish* in den Jahren 1797 und 1798 erstmals die Gravitationskraft zwischen zwei irdischen Körpern mit bemerkenswert hoher Genauigkeit zu messen. Wie *Cavendish* die von *Michell* entworfene und von ihm weiterentwickelte Torsionsdrehwaage in seinem berühmten Experiment von 1798 verwendet hat, wird im nächsten Kapitel näher erläutert.



Bild 2: Balkenwaage 1766 (Museo Galilei Florenz)

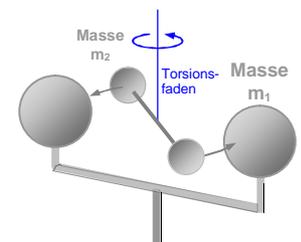


Bild 3: Prinzip der Torsionsdrehwaage von John Michell (1783)

<sup>4</sup> Hawking, Stephen W.: Eine kurze Geschichte der Zeit, Die Suche nach der Urkraft des Universums, Reinbek bei Hamburg 1991, S. 106.

### 3. Historisches zum *Cavendish*-Experiment

Dass der Geologe [John Michell](#) (Bild 4) Ende des 18. Jahrhunderts auf die Idee kam, ein hochempfindliches Messgerät zur Bestimmung extrem kleiner Kräfte zu entwickeln, ist aus verschiedenen Gründen kein Zufall. Zum einen war er wissenschaftlich schwerpunktmäßig mit der Erdbebenforschung (Seismologie) beschäftigt. Als deren Mitbegründer und Förderer war ihm wohl klar, dass er mit einer hochempfindlichen Kraftmesseinrichtung selbst kleinste Erschütterungen der Erde hätte erfassen können, um so die Methoden zur Voraussage von Erdbeben auf eine solidere empirische Basis zu stellen. Zum anderen war er als Mitglied der Royal Society fraglos auch durch die von *Newton* ausgelöste rege Forschertätigkeit über Fragen der Anwendung der Newtonschen Theorie in der Astronomie und zur Begründung des heliozentrischen Weltbildes inspiriert.



Bild 4: John Michell (1724-1793)

Zur Messung sehr kleiner Kräfte entwickelte *Michell* (vermutlich um 1783) einen Messapparat in Form einer Torsionsdrehwaage (siehe Bild 3). Seine Konstruktion hatte er kurz vor seinem Tod 1793 fertiggestellt und unter anderem die Möglichkeit der Bestimmung der Masse der Erde erwogen, selbst aber keine Messungen mehr damit durchgeführt. Dass seine Idee dennoch eine bedeutsame Anwendung gefunden hat, verdanken wir der Tatsache, dass *John Michell* fast sein gesamtes Leben mit *Henry Cavendish* (Bild 5) befreundet war. Beide waren Mitglieder der *Royal Society*. Insofern war es naheliegend, dass sie sich auch über ihre Forschertätigkeit wissenschaftlich austauschten.<sup>5</sup> Für *Cavendish* war die Drehwaage seines Freundes *Michell* geradezu ein Geschenk des Himmels, denn auch er wollte wie zuvor *Michell* die Masse und Dichte der Erde bestimmen.<sup>6</sup>



Bild 5: Henry Cavendish (1731-1810)

*Cavendish* jedenfalls griff die Idee *Michells* dankbar auf und verbesserte dessen Versuchsanordnung soweit, dass es ihm in den Jahren 1797 und 1798 zusammen mit seinem Assistenten *George Gilpin*<sup>7</sup> in mehreren Experimenten gelang, erstmals die Gravitationskraft zwischen zwei irdischen Körpern messtechnisch zu erfassen. Die Versuchsreihe ging als *Cavendish-Experiment* in die Geschichte der Physik ein. Die damals aus den Ergebnissen dieser Versuchsreihe bestimmbare Gravitationskraft betrug 152 nN (=  $152 \cdot 10^{-9}$  N)<sup>8</sup>. Dazu später mehr.

*Cavendish* selbst verwies stets mit Nachdruck auf die Urheberschaft *Michells*. In seinem bis heute von der Fachwelt viel beachteten Bericht über sein Experiment betonte er, dass *Michell* die Idee einer Torsionsdrehwaage schon vor *Coulomb* hatte. *Charles Augustin de Coulomb* (1736–1806) hatte offenbar ohne Kenntnis der *Michell*-Konstruktion eine Torsionsdrehwaage entwickelt, die er bereits 1784 und damit vor *Cavendish* erfolgreich bei der Bestimmung sehr kleiner Kräfte eingesetzt hatte, allerdings ging es dabei um elektrische Kräfte zwischen ruhenden elektrischen Ladungen.<sup>9</sup> Er konnte damit die Richtigkeit das von ihm über einen spekulativen Analogieschluss zum Newtonschen Gravitationsgesetz entworfene und nach ihm benannte *Coulombsche Gesetz* anschaulich in einem Experiment bestätigen. *Cavendish* wusste offenkundig von *Coulombs* Versuchen mit einer Drehwaage, darauf verweist er in einer Fußnote seines eigenen Berichts, ohne jedoch näher auf dessen Darstellung einzugehen.<sup>10</sup>

<sup>5</sup> Belegt ist die intensive wissenschaftliche Zusammenarbeit zwischen John Michell und Henry Cavendish durch einen [Brief, den Michell am 26. Mai 1783 an Cavendish](#) schrieb und der in den [Philosophical Transactions of the Royal Society](#) veröffentlicht wurde. Vgl. Geikie, Sir Archibald: Memoir of John Michell, Cambridge 1918 (University Press), Online-Version: [Memoir of John Michell](#), S. 84 – 91. Zur Beziehung zwischen Michell und Cavendish vgl. den [englischen Wikipedia-Eintrag über John Michell](#) sowie Ramsauer, Carl: Grundversuche der Physik in historischer Darstellung, Berlin 1953 (Springer Verlag), S. 19 und S. 98 (Fußnote 1) sowie Jungnickel, Christa/McCormmach, Russel: Cavendish, The American Philosophical Society, Philadelphia Pennsylvania 1996, S. 320 f. und S. 336-341. Online-Version [Cavendish in Google Books](#)

<sup>6</sup> In der Einleitung zu seinem Bericht über seine Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde mit einer Drehwaage vermerkt *Cavendish*, dass Michell seine Apparatur kurz vor seinem Tod an *Francis John Hyde Wollaston* (1762 – 1823) übergab, der ebenfalls Mitglied der Royal Society war und an der Universität Cambridge als Professor für Naturphilosophie lehrte, selbst aber keine Verwendung für die Drehwaage hatte und sie daher an ihn weitergab. Wikipedia-Eintrag über Francis John Hyde Wollaston: [Über Francis John Hyde Wollaston](#). Vgl. Cavendish, Henry: [Experiments to determine the Density of the Earth vom 21. Juni 1798](#), Philosophical Transactions of the Royal Society, Volume 88, 31. December 1798, S. 469.

<sup>7</sup> Publikationen von *George Gilpin* in der Royal Society: [RS-Publikationen von George Gilpin](#). *Gilpin* war wissenschaftlicher Angestellter der Royal Society. *Cavendish* hatte ihn für sein Experiment in seinem Haus in Clapham in der Nähe von London südlich der Themse sowohl als Forscher als auch als Zeitzeuge angestellt. Jungnickel/McCormmach (1996), a.a.O., S. 341. Online-Lektüre: [Cavendish in Google Books](#) sowie Jungnickel, Christa/McCormmach, Russel: *Cavendish – The Experimental Life*, Max Planck Institute for the History of Science, Berlin 2016 (Edition Open Access), S. 442. Online-Download: [Jungnickel/McCormmach \(2016\): Cavendish \(pdf\)](#)

<sup>8</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24. *Cavendish* selbst gibt in seinem Bericht nur eine grobe Schätzung an. Die Kraft betrage 1/50.000.000 des Gewichts der von ihm als Probemasse verwendeten „balls“ (Cavendish (1798), a.a.O., S. 470). Deren Gewicht lag nach heutigem Maß bei ca. 7,15 N und die von *Cavendish* geschätzte Gravitationskraft demnach bei ca. 143 nN (=  $143 \cdot 10^{-9}$  N).

<sup>9</sup> Vgl. dazu die 1785 von *Charles Augustin de Coulomb* veröffentlichten »[Vier Abhandlungen über die Elektrizität und den Magnetismus](#)«.

<sup>10</sup> Cavendish (1798), a.a.O., S. 470.

Zurück zum *Cavendish*-Experiment. *Cavendish*s Verbesserungen des Entwurfs von *Michell* zielten vor allem auf eine Minimierung von Störfaktoren.<sup>11</sup> Mit seiner Konstruktion (Bild 6) wollte er insbesondere den negativen Einfluss mechanischer Erschütterungen, wie sie etwa durch Luftströme oder selbst durch kleinste Temperaturschwankungen hervorgerufen werden können, wirksam einschränken. Inzwischen hatte *Henry Cavendish* im Alter von 40 Jahren ein beachtliches Vermögen geerbt. Davon erwarb er unter anderem ein großes Anwesen in Clapham südlich von London. Dort ließ er eigens für sein Experiment mit der Torsionsdrehwaage in einem Nebengebäude seiner Villa einen etwa 17 mal 8 Meter großen, hermetisch abgeschlossenen Innenraum einrichten.<sup>12</sup> Dort platzierte er den eigentlichen Versuchsaufbau. Vom Nebenraum aus steuerte und beobachtete *Cavendish* sein Experiment mit einem Fernrohr (Bild 10 und Titelbild).

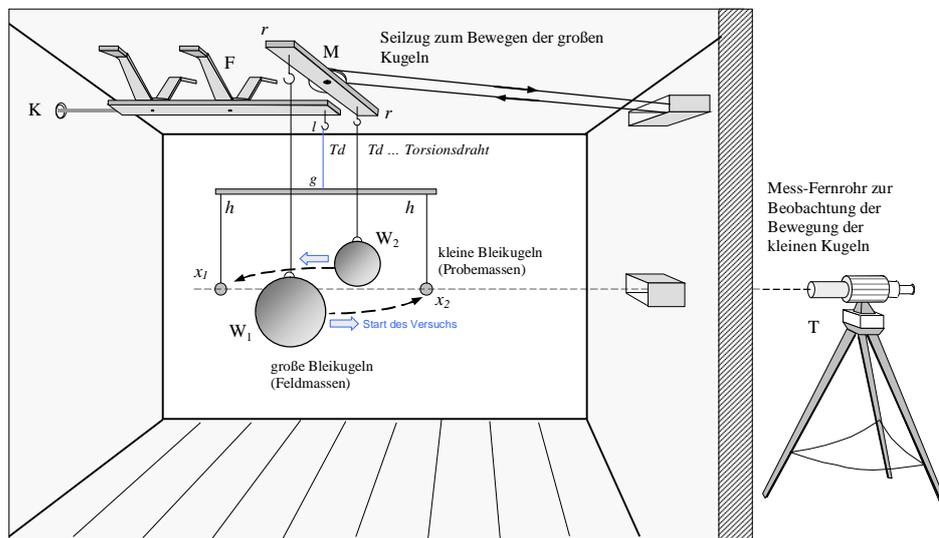


Bild 6: *Cavendish*-Experiment: Vereinfachte Darstellung des Versuchsaufbaus von 1798

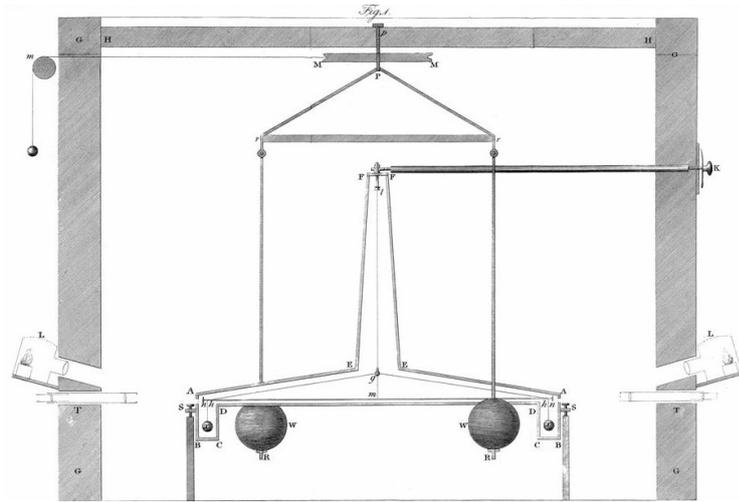
(die Kennzeichnung der Einzelteile stimmt überein mit der in der Konstruktionszeichnung von *Cavendish* im Bild 5)

Auch der Seilzug zur Positionsänderung des Balkens ( $rr$ ) konnte von außen bedient werden. An den Enden dieses Querbalkens waren zwei große Bleikugeln ( $W_1$  und  $W_2$ ) aufgehängt, die mit ihrer beträchtlichen Masse von jeweils 158 kg als Feldmassen dienten. Zwei weitere Bleikugeln sind als Probmassen ( $x_1$  und  $x_2$  mit je 729 g und 5,1 cm Durchmesser) mit dünnen Drähten ( $hx$ ) an dem frei beweglichen etwa 1,8 m langen schlanken Stab ( $hnh$ ) aus Tannenholz aufgehängt, der seinerseits am unteren Ende eines dünnen Torsionsdrahts ( $Td$ ) befestigt ist. Zusammen mit den kleinen Bleikugeln dient der Stab  $hnh$  als Torsionspendel. Die kleinen Bleikugeln  $xx$  waren mit dem Stab und der gesamten Aufhängenvorrichtung in einem Holzgehäuse untergebracht (Bild 5 und 6). Zum Start des Versuchs mussten die großen Bleikugeln  $W_1$  und  $W_2$  über den Seilzug ( $M$ ) in die Nähe der kleinen Bleikugeln  $x$  geschwenkt werden. Durch die Gravitation zwischen jeweils einer großen und einer kleinen Kugel wird das Torsionspendel  $hh$  und damit auch der Torsionsdraht ( $Ig$ ) verdreht. Mit Hilfe des Fernrohrs ( $T$ ) konnte die Winkel-Auslenkung des an dem Torsionsdraht aufgehängten Stabes ( $hgh$ ) bestimmt werden. Die dazu erforderliche Kraft zur Verdrehung des Torsionsfadens wurde nach dem *Hookeschen Gesetz* proportional zum Auslenkungswinkel angenommen. Proportionalitätsfaktor war der Torsionskoeffizient. Er wurde aus der Eigenschwingungsperiode des an dem Torsionsdraht aufgehängten Stabes ( $hh$ ) bestimmt.<sup>13</sup>

<sup>11</sup> Ein Hauptproblem sah *Cavendish* in den störenden Einflüssen von temperaturbedingten Luftströmungen. Dazu bemerkt *Cavendish*: »Da ich von der Notwendigkeit überzeugt war, mich vor dieser Fehlerquelle zu schützen, beschloss ich, den Apparat in einen Raum zu stellen, der ständig geschlossen bleiben sollte, und die Bewegung des Arms (Pendelarms, J.S.) von außen mittels eines Teleskops zu beobachten und die bleiernen Gewichte ( $WW$ ) so aufzuhängen, dass ich sie bewegen konnte, ohne den Raum zu betreten. Dieser Unterschied in der Art der Beobachtung machte es notwendig, einige Änderungen an Herrn Michells Apparat vorzunehmen; und da es einige Teile davon gab, die ich für nicht so bequem hielt, wie man es sich wünschen könnte, entschied ich mich, den größten Teil davon neu zu machen.« (*Cavendish* (1798), a.a.O., S. 471 – Übersetzung: J.S.). Die Abschirmung vor störenden Einflüssen auf die Gravitationswirkung zwischen zwei Körpern ist bis heute ein zentrales Problem bei Laborexperimenten. Vgl. dazu z. B. Westphal, T., Hepach, H., Pfaff, J. & Aspelmeyer, M.: *Nature* 591, 225–228 (2021) sowie Ruegg, Peter: *ETH-Forschende vermessen Gravitationskonstante neu*, idw – Informationsdienst Wissenschaft (ETH Zürich) 12.07.2022.

<sup>12</sup> Jungnickel, Christa/McCormmach, Russel (1996), a.a.O., S. 341. Online-Version [Cavendish in Google Books](#)

<sup>13</sup> *Cavendish* hat den Aufbau, die Durchführung und die Ergebnisse seines Experiments in einem ausführlichen Bericht in den *Philosophical Transactions of the Royal Society* im Jahre 1798 publiziert: *Cavendish* (1798), a.a.O., S. 469-526. Vgl. auch, Ramsauer (1953), a.a.O., S. 19-26.

Bild 7: *Cavendish*-Experiment: *Cavendish*s Konstruktionszeichnung von 1789<sup>14</sup>Bild 8: *Cavendish*-Experiment: Nachbau des Science Museum London im Maßstab 1:48<sup>15</sup>

*Cavendish* wollte mit seinem [Experiment 1789](#) eigentlich die Masse und Dichte der Erde bestimmen. Damals war es üblich mit Proportionalitäten zu rechnen. Proportionalitätsfaktoren in Form von Naturkonstanten wie die Gravitationskonstante waren dazu nicht erforderlich. Insofern ergab sich gleichsam als Nebenprodukt –aus heutiger Sicht war es das Hauptprodukt– die Möglichkeit, aus den [Cavendish Messdaten](#) die Gravitationskonstante zu berechnen.<sup>16</sup> Nach den sorgfältig dokumentierten Berechnungen von *Ramsauer* auf der Grundlage der Versuchsdaten von *Cavendish* weicht der daraus sich ergebende Wert von  $G = 6,71 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  (Wikipedia:  $6,74 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ) erstaunlicherweise nur 0,54 % von dem aktuellen Literaturwert ab ( $G = 6,674 08 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ; siehe dazu nächstes Kapitel). »Alles in allem kann kein Zweifel bestehen, daß es sich bei der Ermittlung der Erddichte bzw. der Gravitationskonstanten durch *Cavendish* um eine physikalische Pionierleistung ersten Ranges handelt.«<sup>17</sup> Für *Feynman* ist das *Cavendish*-Experiment eine »großartige Bestätigung der Gravitationstheorie«<sup>18</sup> von *Newton*.

<sup>14</sup> Cavendish (1798), a.a.O., Tab. XXIII, Fig. 1, S. 526.

<sup>15</sup> Quelle: [Collection Science Museum London](#). Vgl. auch: [Science & Society Picture Library Prints](#)

<sup>16</sup> Wikipedia (engl.) »Cavendish experiment«: [https://en.wikipedia.org/wiki/Cavendish\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Cavendish_experiment). Die deutsche Wikipedia-Seite »Gravitationskonstante« ist unvollständig bezüglich der Daten, lückenhaft in der Darstellung und von daher kaum brauchbar. Vgl. zu den *Cavendish*-Ergebnissen auch *Ramsauer* (1953), a.a.O., S. 19 ff.

<sup>17</sup> *Ramsauer* (1953), a.a.O., S. 26.

<sup>18</sup> *Feynman*, Richard P.: Sechs physikalische Fingerübungen (Erstausgabe 1963), München 2002 (Piper), S. 167. *Feynman* ergänzt seine Bewertung des *Cavendish*-Experiments: »Das herauszufinden, war eine gewaltige Leistung, und deshalb glaube ich, hat *Cavendish* sein Experiment nicht »Bestimmung der Konstanten in der Gravitationsgleichung«, sondern »die Erde wiegen« genannt.« *Feynman*, Richard P.: Vom Wesen physikalischer Gesetze, München Zürich 1993 (Piper Verlag), S. 41.

Für uns und all jene, die heute mit einer Gravitationsdrehwaage in Schulen oder Hochschulen experimentieren, ist der *Cavendish*-Versuch und insbesondere der detaillierte Bericht von *Cavendish* aus folgenden Gründen bedeutsam:

1. Die von uns verwendete Gravitationsdrehwaage der Firma Leybold und alle anderen handelsüblichen Lehrmittelmodelle dieser Art sind gewissermaßen Nachbauten der *Cavendish*-Apparatur im Maßstab M 1: 18,6.  
Referenzmaße: *Cavendish*-Drehwaage: Länge des Pendelarms  $hh = 186,2 \text{ cm} (= 2 \cdot d)$  – Leybold-Drehwaage: Länge des Torsionspendels (Hantel)  $2 \cdot d = 10,0 \text{ cm}$  – Maßstab:  $10:186,2 = 1:18,6$ . Nur am Rande: M 1:18 ist ein Maßstab der oft auch im Modellbau verwendet wird (etwa bei Modellautos), d.h. diese Modelle sind 18 mal kleiner als das Original.
2. Die von uns bevorzugte Endauschlag-Methode zur Bestimmung der Gravitationskonstante stimmt überein mit der von *Cavendish* entwickelten Methode zur Bestimmung der Gravitationskraft zwischen Feld- und Probemasse.
3. Die von *Cavendish* detailliert beschriebenen Probleme bezüglich der Störeinflüsse (Temperaturschwankungen, Erschütterungen, Genauigkeitsprobleme bei der Messwerte-Bestimmung) entsprechen genau den Erfahrungen, die auch wir immer wieder in den Versuchen mit unserer [webgesteuerten Drehwaage](#) machen mussten.

*Charles Vernon Boys*, Professor für Physik an der Normal School of Science in South Kensington, hat etwa 100 Jahre (1890) später die *Cavendish*-Waage im verkleinerten Maßstab von ebenfalls etwa 1:18 nachgebaut und um ein Lichtzeigersystem mit einem Spiegel am Torsionsdraht erweitert.<sup>19</sup> Die äußeren Abmessungen dieser Drehwaage mit zylinderförmigen Massekörpern entsprachen in etwa denen der von uns verwendeten [webgesteuerten Drehwaage](#).

Zur Bedeutung des *Cavendish*-Experiments bemerkt *Feynman*: »*Cavendish* nahm zwar für sich in Anspruch, die Erde zu wiegen, doch in Wirklichkeit maß er den Koeffizienten  $G$  des Gravitationsgesetzes« und eröffnete damit überhaupt erst die Möglichkeit der praktischen [Anwendung des Gravitationsgesetzes](#). »Der Einfluß,« heißt es weiter bei *Feynman*, »den diese großartige Bestätigung der Gravitationstheorie (Newtons) auf die Geschichte der Wissenschaft hatte, läßt sich schwerlich überschätzen.«<sup>20</sup>

*Cavendish en miniature* (im Kleinformat): Dass das Experiment von *Cavendish* bei physikalischen Versuchen zur Bestimmung von Gravitationskräften immer auch wieder zur Nachahmung und Weiterentwicklung des Torsionspendelsystems angeregt hat, liegt auf der Hand. Jüngstes Beispiel ist ein Versuch von Physikern der Universität Wien mit sehr kleinen Massen: Das Wiener Forscherteam hat 2020 die Idee *Cavendishs* »aufgegriffen und eine Miniaturvariante seines Experiments aufgebaut.« Als Feldmasse »dient eine 2 mm große Goldkugel mit einer Masse von ca. 92 mg. Das Torsionspendel besteht aus einem 4 cm langen und einem halben Millimeter dicken Glasstab, der an einer Glasfaser mit einem Durchmesser von ein paar Tausendstel Millimeter aufgehängt ist. Am Ende des Stabs sind jeweils ähnlich große Goldkugeln befestigt«, die als Probemassen (mit jeweils ca. 91 mg) dienen. Zwischen den Goldkugeln wurde eine Gravitationskraft in der Größenordnung von 90 Billionstel Newton ( $90 \cdot 10^{-12} \text{ N}$ ) gemessen. Ähnlich wie bei *Cavendish* oder auch bei unserem Experiment, stammten die größten Störeinflüsse »von seismischen Schwingungen«, die von außen wirkten, so etwa wie sie »durch Fußgänger und den Straßenbahnverkehr rund um unser Labor in Wien erzeugt werden.«<sup>21</sup>

Was heißt *Cavendish en miniature*? Die von den Wiener Forschern verwendete Gravitationsdrehwaage ist gewissermaßen ein Nachbau der *Cavendish*-Apparatur im Maßstab M 1: 46,55. (Referenzmaße: *Cavendish*-Drehwaage: Länge des Pendelarms  $hh = 186,2 \text{ cm} (= 2 \cdot d)$  – Drehwaage der Uni Wien: Länge des Torsionspendels (Hantel)  $2 \cdot d = 4,0 \text{ cm}$ ). Allerdings gibt es im Versuchsaufbau eine Besonderheit: Während bei *Cavendish* und auch bei modernen Drehwaagen die Feldmasse (source mass) sehr viel größer ist als die Probemasse (test mass), sind in dem Wiener Experiment von *Westphal et al.* Feld- und Testmasse (bzw. source mass und test mass) fast gleich groß. Damit rückt der Wechselwirkungsaspekt zwischen Feld- und Probemasse stärker in den Blickpunkt, während in dem *Cavendish*-Experiment und vergleichbaren Versuchen die sehr kleine Probemasse als nahezu ohne Einfluss auf die Gravitationskraft betrachtet wird. Sie ist sehr klein und stört daher das von der sehr viel größeren Feldmasse erzeugte Gravitationsfeld nicht nennenswert.

In der FAZ vom 15. März 2021 findet sich zum *Cavendish*-Experiment im Miniaturformat folgender Artikel<sup>22</sup>:

Das Forscherteam um Markus Aspelmeyer hat ebenfalls ein Torsionspendel verwendet, allerdings im Miniaturformat: Zwei Goldkügelchen waren an den beiden Enden eines vier Zentimeterlangen und sehr dünnen Glasstabs befestigt, der in der Mitte an einer hauchdünnen Glasfaser mit einem Durchmesser von nur rund

<sup>19</sup> Boys, Charles Vernon (1890): On the *Cavendish* Experiment, Proceeding of the Royal Society of London 1890.46, S.253-268. Online Version: <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rspl.1889.0032>.

<sup>20</sup> Feynman (2002), a.a.O., S. 166 f. Vgl. auch Feynman (1993), a.a.O., S. 41 und Feynman, Richard P. u.a.: Vorlesungen über Physik 1: Mechanik (1963), Berlin/Boston 2015 (Walter de Gruyter), S.99.

<sup>21</sup> Pressemeldung der Universität Wien vom 10.03.2021: [Wie ein Marienkäfer die Raumzeit krümmt](#). Die Ergebnisse wurden im Journal *Nature* veröffentlicht: Westphal, T., Hepach, H., Pfaff, J. & Aspelmeyer, M.: *Nature* 591, 225–228 (2021). Von Google Scholar wird dieser Aufsatz als pdf-Datei angeboten: Tobias Westphal, Hans Hepach, Jeremias Pfaff, Markus Aspelmeyer: Measurement of Gravitational Coupling between Millimeter-Sized Masses. Onlineversion im arXiv-Archiv der Cornell University: <https://arxiv.org/pdf/2009.09546>.

<sup>22</sup> Eidemüller, Dirk: [Die tiefere Natur der Schwerkraft](#), in: FAZ vom 15.03.2021.

einem Zehntel eines menschlichen Haares hing. Die gesamte Apparatur befand sich im Vakuum und war extrem gut gedämpft gelagert, um alle möglichen äußeren Störungen zu unterdrücken. Dazu gehörte auch ein sogenannter Faraday-Schild – eine dünne, goldbedampfte Folie, die die Goldkugeln von elektromagnetischen Feldern abschirmte.

Die Schwerkraftmessung erfolgte nun durch ein weiteres, ähnlich kleines Goldkugeln, das periodisch bis auf weniger als einen halben Millimeter an eines der beiden Kugeln des Torsionspendels angenähert und wieder entfernt wurde. Dies führte zu einer Auslenkung des Pendels im Bereich von wenigen Nanometern (milliardestel Meter), was die Forscher mit Hilfe eines Lasers ausmessen konnten.

„Die größte Herausforderung bei unserem Experiment ist die unglaubliche Schwäche der Gravitationskraft“, sagt *Markus Aspelmeyer*. So ist die Wirkung der Schwerkraft der Erde auf die Kugeln rund 30 Milliarden Mal so stark wie die Anziehung durch das bewegte Goldkugeln in der Wiener Torsionswaage. „Selbst die Bewegung eines Experimentators in einem Meter Entfernung oder eine Straßenbahn in 70 Meter Entfernung bewirkt einen ähnlich starken Effekt wie den, den wir messen wollen“, ergänzt *Hans Hepach* von der Universität Wien.

#### 4. Was mit einer *Cavendish*-Drehwaage experimentell bestimmt werden kann

*Cavendish* hat mit seinem Experiment nicht nur gezeigt, wie man die Gravitation auch zwischen zwei irdischen Körpern anschaulich nachweisen kann, sondern darüber hinaus eine Methode entwickelt, wie man die Konstante  $G$  in dem Newtonschen Gravitationsgesetz experimentell bestimmen kann. Nur wer  $G$  kennt, kann das Gravitationsgesetz in der Praxis anwenden, sei es etwa zur Berechnung der Masse von Planeten oder der ersten kosmischen Geschwindigkeit, auf die ein künstlicher Himmelskörper beschleunigt werden muss, um auf einer bestimmten Umlaufbahn über einen längeren Zeitraum die Erde umkreisen zu können.<sup>23</sup>

An dieser Stelle sei noch einmal daran erinnert, dass die Gravitationskonstante  $G$  eine fundamentale und universelle Naturkonstante ist, deren Wert einzig und allein empirisch, also mit einem Experiment bestimmt werden kann. So lag es nahe, dass auch wir mit unserer [webgesteuerten Torsionsdrehwaage](#) die Gravitationskonstante  $G$  messen wollten. Aber nicht, dass jemand ernsthaft glaubt, wir wollten  $G$  messtechnisch bestimmen, um der physikalischen Referenzliste einen weiteren Wert hinzuzufügen – das machen bereits andere mit ganz anderen Mitteln und sehr viel besser.<sup>24</sup>

In Schulexperimenten und Hochschul-Praktika mit solchen Gravitationsdrehwaagen steckt in der Regel eine didaktische Zielsetzung: Vor allem soll die durch die Gravitation verursachte Anziehung zwischen zwei Körpern demonstriert werden, die aus unserem alltäglichen Erfahrungsbereich stammen. Im Fall unseres Projekts mit einer webgesteuerten Drehwaage soll das zudem mit einem Versuch ermöglicht werden, den auch andere durchführen und miterleben können – deshalb die webbasierte Versuchsteuerung und die Webcams. Insofern zielen solche Experimente in erster Linie auf die Qualität der Gravitation. Sie soll der Anschauung auch am Beispiel von Gegenständen unserer alltäglichen Erfahrung zugänglich gemacht werden. In modernen Drehwaagen für Unterrichtszwecke wiegt eine der größeren Kugeln gerade einmal 1,5 kg, eine Masse, wie wir sie aus unseren eigenen empirischen Alltagserfahrungen etwa mit den Einkäufen von Bananen oder Kartoffeln kennen.

Aber da wir uns nun schon die Mühe gemacht haben, einen derart komplexen Versuchsaufbau online verfügbar zu machen, sind wir natürlich auch neugierig geworden, und wollten ganz gerne wissen, welchen Wert unsere Apparatur für die Gravitationskonstante  $G$  liefert. Daher sehen unsere Hinweise und Empfehlungen zur [Auswertung](#) der mit unserer Versuchseinrichtung bestimmbar messbaren Messwerte die Ermittlung eines Wertes für die Gravitationskonstante  $G$  vor.



**Bild 9:** Gravitationsdrehwaage heute: Präzisionsmodell der University of Washington in Seattle (USA)

<sup>23</sup> Vgl. dazu auch unsere Abhandlung über das [Gravitationsgesetz und dessen praktische Anwendung](#).

<sup>24</sup> Näheres zu der in Bild 7 dargestellten modernen und hochpräzisen Version einer Gravitationsdrehwaage finden Sie in dem folgenden Aufsatz von *Fabian Heitsch*: [Gravitationskonstante genauer bestimmt](#). In: *Sterne und Weltraum (SuW)*, Heft 12/2000, S. 1037. Der Verlag dieser Zeitschrift hat uns freundlicherweise diesen Beitrag zur Verfügung gestellt. Eine detaillierte historische Darstellung der Bemühungen verschiedener Forscher um eine quantitative Bestimmung der Gravitationskonstanten von Cavendishs Zeiten bis in die Moderne gibt Petzold, Hartmut: [Eine Berliner Waage im Münchner Deutschen Museum](#), München 2020. Eine Kurzfassung findet sich auf den Seiten 21–30, zur aktuelleren Entwicklung siehe S. 178–186 sowie bei Chao Xue, Jian-Ping Liu, Qing Li et. al.: Precision measurement of the Newtonian gravitational constant, *National Science Review*, December 2020, Pages 1803–1817, <https://academic.oup.com/nsr/article/7/12/1803/5874900>. Eine neue Methode zur Bestimmung der Gravitationskonstanten wurde 2022 an der ETH Zürich entwickelt. Der Versuchsaufbau besteht aus zwei in Vakuumkammern aufgehängten Balken. Den einen versetzen die Forschenden in Vibration. Durch die Gravitationskopplung begann auch der zweite Stab minimal (im Pikometerbereich – also ein Billionstel Meter) zu vibrieren. Vgl. Ruegg, Peter: ETH-Forschende vermessen Gravitationskonstante neu, *idw – Informationsdienst Wissenschaft (ETH Zürich)* 12.07.2022, Online-Version: <https://idw-online.de/de/news798243>.

Zugegeben, die in unserem Online-Versuch erzielten Genauigkeitswerte für die Gravitationskonstante sind eher bescheiden. Wer den Versuch trotzdem selbst durchführen möchte, wird zugleich die vielfältigen Probleme kennenlernen, die bei dem Umgang mit einer so empfindlichen Messanordnung auftreten können. Nur in einem Realexperiment sind derartige Schwierigkeiten unmittelbar erfahrbar. Auch solche, nicht durch mathematische Simulation reingespülte Erfahrungen der physikalischen Realität zu ermöglichen, ist eines unserer zentralen Anliegen.

Exemplarisch sollen hier zwei aus der Vielzahl der mit unserer webgesteuerten Leybold-Drehwaage gemessenen (nicht repräsentativen) Werte für die Gravitationskonstante  $G$  dem geneigten Leser zur Kenntnis gegeben werden:

Online-Versuch vom 24.06.2016:  $G = 7,097\,96 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  (relativer Fehler: +6,4%)

Online-Versuch vom 30.09.2016:  $G = 6,549\,31 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  (relativer Fehler: -1,9%)<sup>25</sup>

Übrigens: Der vom [Committee on Data for Science and Technology](#) (CODATA) empfohlene Wert für die Gravitationskonstante (der sog. *Literaturwert*) beträgt zur Zeit

$$G = 6,674\,08 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} .$$

$$\text{Standardunsicherheit: } 0,000\,31 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Die Gravitationskonstante  $G$  ist nach wie vor jene Naturkonstante, die bislang am ungenauesten bestimmt worden ist. Da über die ersten drei bis vier Ziffern hinaus eine relativ hohe Unsicherheit besteht, sind die darauf spezialisierten physikalischen Institute ständig auf der Suche nach genaueren Werten. Der jeweils aktuelle und international anerkannte Wert der Gravitationskonstanten kann jederzeit von der Homepage des [National Institute of Standards and Technology](#) (NIST) in Maryland (USA) abgerufen werden.

Abschließend wollen wir zusammenfassend in Anlehnung an *Chao Xue* et. al., Gravitationsforscher an der Sun Yat-sen University in Zhuhai (China), die drei Hauptgründe nennen, warum die Messung der Gravitationskonstanten so schwierig ist:<sup>26</sup>

- (i) Die Gravitationswechselwirkung zwischen zwei Objekten ist äußerst schwach. Daher kann das Gravitations-signal leicht durch andere Störsignale wie elektromagnetische Kräfte, Bodenvibrationen, Temperaturschwankungen usw. überlagert werden. Wissenschaftler müssen große Anstrengungen unternehmen, um die experimentelle Versuchsumgebung so zu konstruieren und zu betreiben, dass solche Einflüsse bei der  $G$ -Messung ausgeschlossen, zumindest aber auf ein Minimum reduziert werden.
- (ii) Die Gravitationswechselwirkung kann nicht abgeschirmt werden. Solche Phänomene machen es schwierig, eine gravitativ präzise Messung von Umwelteinflüssen wie menschliche Aktivität (Verkehr etc.), Grundwasser, Berge, Gebäude und anderen Objekten zu entkoppeln.
- (iii) Bis heute gibt es keine quantitative theoretische Beziehung zwischen der Newtonschen Gravitationskonstanten und anderen Grundkonstanten. Wissenschaftler können den Wert der Gravitationskonstanten empirisch nur durch Messungen auf der Grundlage des Newtonschen Gesetzes der universellen Gravitation bestimmen. Eine der größten Schwierigkeiten bei jeder  $G$ -Messung besteht darin, die Abmessungen und die Dichteverteilung sowohl der Testmasse als auch der Feldmasse mit ausreichender Genauigkeit zu bestimmen.

<sup>25</sup> Quelle: [HEMS Cavendish-Experiment online Auswertungstool](#)

<sup>26</sup> Chao Xue, Jian-Ping Liu, Qing Li et. al.: Precision measurement of the Newtonian gravitational constant, *National Science Review*, Volume 7, Issue 12, December 2020, Pages 1803–1817, S. 1803 f. (Übersetzung sic). Online: <https://academic.oup.com/nsr/article/7/12/1803/5874900> .  
Online-Version als pdf: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC8290936/pdf/nwaa165.pdf>

## B. Vertiefende Erläuterungen zum Cavendish-Experiment

Beginnen wir mit dem Resultat: Bis in alle Einzelheiten berichtete *Cavendish* am 21. Juni 1798 über 17 Experimente, die er mit seiner Torsionsdrehwaage zwischen dem 4. August 1797 und dem 30. Mai 1798 zusammen mit seinem Assistenten *George Gilpin* auf seinem Anwesen in *Clapham* nahe London durchgeführt hat. In dem abschließenden Bericht über seine „*Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde*“ stellte er lapidar fest: „*Die Dichte der Erde ist 5,48 mal größer als die von Wasser.*“<sup>27</sup> Ausgedrückt mit heutigen Maßeinheiten wären das 5,48 g/cm<sup>3</sup>. Die Abweichung von dem aktuellen Literaturwert<sup>28</sup> von 5,514 g/cm<sup>3</sup> beträgt damit gerade einmal 0,617 %.

### 1. Die Ergebnisse des Cavendish-Experiments: „*Conclusion*“

Tabelle 1: Die quantitativen Einzelergebnisse der 17 Experimente mit seiner Torsionsdrehwaage fasste *Cavendish* in seinem Bericht unter der Überschrift *Conclusion* wie folgt zusammen:<sup>29</sup>

*The following Table contains the Result of the Experiments.*

	1	2	3	4	5	6	7
	Exper.	Mot. weights	Mot. arm	Do. corr.	Time vib.	Do. corr.	Density.
			[Divisions]	[Divisions]	' "		
1	1	m. to +	14,32	13,42		–	5,50
2		+ to m.	14,10	13,17	14, 55	–	5,61
3	2	m. to +	15,87	14,69	– –	–	4,88
4		+ to m.	15,45	14,14	14, 42	–	5,07
5	3	+ to m.	15,22	13,56	14, 39	–	5,26
6		m. to +	14,50	13,28	14, 54	–	5,55
7	4	m. to +	3,10	2,95		6,54	5,36
8		+ to –	6,18	–	7, 1	–	5,29
9		– to +	5,92	–	7, 3	–	5,58
10	5	+ to –	5,90	–	7, 5	–	5,65
11		– to +	5,98	–	7, 5	–	5,57
12	6	m. to –	3,03	2,90	}	–	5,53
13		– to +	5,90	5,71		–	5,62
14	7	m. to –	3,15	3,03	}	7, 4	6,57
15		– to +	6,10	5,90		by mean.	–
16	8	m. to –	3,13	3,00	}	–	5,34
17		– to +	5,72	5,54		–	–
18	9	+ to –	6,32	–	6, 58	–	5,10
19	10	+ to –	6,15	–	6, 59	–	5,27
20	11	+ to –	6,07	–	7, 1	–	5,39
21	12	– to +	6,09	–	7, 3	–	5,42
22	13	– to +	6,12	–	7, 6	–	5,47
23		+ to –	5,97	–	7, 7	–	5,63
24	14	– to +	6,27	–	7, 6	–	5,34
25		+ to –	6,13	–	7, 6	–	5,46
26	15	– to +	6,34	–	7, 7	–	5,30
27	16	– to +	6,10	–	7, 16	–	5,75
28	17	– to +	5,78	–	7, 2	–	5,68
29		+ to –	5,64	–	7, 3	–	5,85

<sup>27</sup> Cavendish (1798), a.a.O., S. 521. Dokumentiert hat *Cavendish* 17 Experimente, insgesamt dürften es sehr viel mehr gewesen sein.

<sup>28</sup> Vgl. Wikipedia-Eintrag „Erde“: <https://de.wikipedia.org/wiki/Erde>

<sup>29</sup> Cavendish (1798), a.a.O., S. 520. Zur Tabellen-Darstellung: Die Zeilen- und Spalten-Nummerierungen sind von mir hinzugefügt worden (J.S.). Vgl. dazu die ergänzenden Hinweise im Anhang (Kapitel A4.) und die Korrekturen von Baily, Francis: [Experiments with the Torsion Rod for Determining the Mean Density of the Earth](#), London 1843, S. 91.

In der letzten Spalte 7 („Density“) gibt Cavendish zu jedem Experiment die von ihm mit seinen obigen Messwerten jeweils berechneten Werte der mittleren Dichte D der Erde an. Die Experimente 1 bis 3 führte Cavendish mit einem weniger steifen Torsionsdraht durch. Für die Experimente 4 bis 17 hat er einen steiferen Draht verwendet. Damit reduzierte er die Amplituden (Spalte 3) und die Halbschwingungszeiten (Spalte 5) des Torsionspendels etwa auf die Hälfte im Vergleich zu den Experimenten 1 bis 3 mit dem weniger steifen Torsionsdraht. Dadurch konnte er heftigere Pendelausschläge und das damit verbundene Risiko, dass der Pendelarm an die Gehäusewand anschlug, vermeiden.<sup>30</sup> Der von Cavendish angegebene Wert für die Erddichte von 5,48 resultiert aus einer Berechnung des Mittelwerts aus den einzelnen Density-Werten der Spalte 7. Cavendish betont in seinem Bericht, dass sich dieser Wert sowohl aus der Mittelwert-Berechnung der Density-Werte mit dem weniger steifen Draht (Zeilen 1 bis 6) als auch aus der mit dem steiferen Draht (Zeilen 7 bis 29) ergeben habe. Insofern ist anzunehmen, dass Cavendish nicht mit dem in Zeile 3 eingetragenen Wert „4,88“, sondern mit 5,88 gerechnet hat.<sup>31</sup>

## 2. Cavendishs Formeln zur Berechnung der Erddichte

Für die Berechnung der mittleren Erddichte D (Density) gibt Cavendish in seinem Bericht von 1798 auf Seite 517 folgende Formel an:

$$\text{„Consequently D is really equal to ... } \frac{N^2}{10\,844 \cdot B} \text{ ...“}^{32}$$

Eine eindeutige, zweifelsfrei nachvollziehbare Herleitung dieser Berechnungsformel für die mittlere Dichte D der Erde ist in dem Text des Berichts von Cavendish direkt nicht zu finden.

Mit den Formelzeichen Cavendishs gilt damit für die Berechnung der mittleren Erddichte D folgende Gleichung:

$$\boxed{D = \frac{1}{10\,844} \cdot \frac{N^2}{B}} \quad \text{Gleich. (1)} \quad \text{bzw.} \quad D = 9,222 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{N^2}{B}$$

Wir wollen diese Formel im Folgenden als „Cavendish-Formel“ bezeichnen. Heute würde man an Stelle der Symbole N, B und D von Cavendish folgende Formelzeichen verwenden:

- N = τ ... Dauer einer Halbschwingung des Torsionspendels in Sekunden s (Spalte 5)
- B = b ... Bogenlänge Pendelausschlages in Skalenteilen, wobei 1 Skt = 1/20“ (Spalte 3)
- D = ρ<sub>E</sub> ... Dichte der Erde in Gramm pro Kubikzentimeter g/cm<sup>3</sup> (Spalte 7)

Unsere Nachberechnungen haben ergeben, dass Cavendish in seiner Conclusion-Tabelle diese Formel zur Berechnung der Density-Werte nur auf jene Versuche angewendet hat, bei denen die weights jeweils von der midway-Position (vgl. Bild 10) aus umlagert wurden, also von m. to + oder m. to - bzw. von + to m. oder - to m.. Das sind die Experimente in den Zeilen 1 bis 6 und 7, 12, 14 und 16 (siehe Tabelle 1).

Dazu ein Beispiel mit den Messwerten aus Zeile 2 mit N = τ = 14 min 55 s = 895 s und B = b = 13,17 Skt. Damit ergibt sich für die Dichte der Erde der in Spalte 7 (Zeile 2) von Cavendish angegebene Density-Wert D:

$$D = \frac{1}{10\,844} \frac{\text{g} \cdot \text{Skt}}{\text{s}^2 \cdot \text{cm}^3} \cdot \frac{(895 \text{ s})^2}{13,17 \text{ Skt}} \quad \text{bzw.} \quad D = 5,61 \text{ g/cm}^3$$

Für die Anwendung auf jene Experimente, bei denen die weights jeweils von der einen in die andere Position voll umlagert wurden (vgl. Bild 10), also von + to - oder - to + wie in den Versuchen in Zeile 8 bis 11, 13 und 15 sowie 17 bis 29 (Tabelle 1), hat Cavendish die Gleich. (1) ohne weitere Erklärung mit dem Faktor 1/0,5 = 2 multipliziert, vermutlich, weil die Pendelausschläge durch die Verwendung eines steiferen Drahts auf die Hälfte abgesunken sind. Für diese Fälle gilt gemäß unserer Nachberechnung demnach:<sup>33</sup>

$$\boxed{D = \frac{1}{5\,422} \cdot \frac{N^2}{B}} \quad \text{Gleich. (2)} \quad \text{bzw.} \quad D = 1,844 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N^2}{b}$$

Dazu ein Beispiel mit den Messwerten aus Zeile 25 mit N = τ = 7 min 6 s = 426 s und B = b = 6,13 Skt. Damit ergibt sich für die Dichte der Erde der in Spalte 7 (Zeile 25) von Cavendish angegebene Density-Wert D:

<sup>30</sup> Vgl. zum Wechsel des Torsionsdrahtes auch Kapitel A4. im Anhang.

<sup>31</sup> Es ist zu vermuten, dass der Wert 4,88 durch einen Übertragungsfehler in die Tabelle geraten sei. Vgl. dazu Baily (1843), a.a.O., S. 90, Poynting, John Henry: [The Mean Density of the Earth](#), London 1894, S. 45 sowie Ducheyne, Steffen (2011), a.a.O., S. 16.

<sup>32</sup> „Folglich ist D tatsächlich gleich ...“: Cavendish (1798), a.a.O., S. 517. Vgl.: Gilbert (1799), a.a.O., S. 48 f. und Baily (1843), a.a.O., S. 90. Mackenzie hat 1900 den Zahlenwert in der Formel von 10 844 auf 10 846 korrigiert. Mackenzie, A. Stanley: [The Laws of Gravitation](#), New York 1900, S. 96.

<sup>33</sup> Vgl. Cavendish (1798), a.a.O., S. 520 und Baily (1843), a.a.O., S. 91. Cavendish hat zur Berechnung der insgesamt 29 Density-Werte in seiner Conclusion-Tabelle (siehe Tabelle 1) je nach den Randbedingungen in den Einzelversuchen drei Varianten der Gleichung (1) verwendet. Diese werden ausführlicher erläutert im Kapitel A4. im Anhang. Zu den Grundstellungen des Pendelarms siehe Bild 10.

$$D = \frac{1}{5422} \frac{\text{g} \cdot \text{Skt}}{\text{s}^2 \cdot \text{cm}^3} \cdot \frac{(426 \text{ s})^2}{6,13 \text{ Skt}} \quad \text{bzw.} \quad D = 5,46 \text{ g/cm}^3$$

Um herauszufinden, was sich hinter dem von *Cavendish* angegebenen Zahlenwert „10 844“ verbirgt, müssen wir versuchen, aus den verstreuten Hinweisen in seinem Bericht die Herleitung dieser Formel zu rekonstruieren. Dazu mehr im im übernächsten Kapitel 4.3.1. Vorher ist eine eingehendere Betrachtung von *Cavendishs* Versuchsaufbau und dessen Handhabung hilfreich (siehe folgendes Kapitel 3).

### 3. *Cavendish*-Experiment: Aufbau und Durchführung des Versuchs

#### 3.1 Technische Zeichnung seiner Apparatur

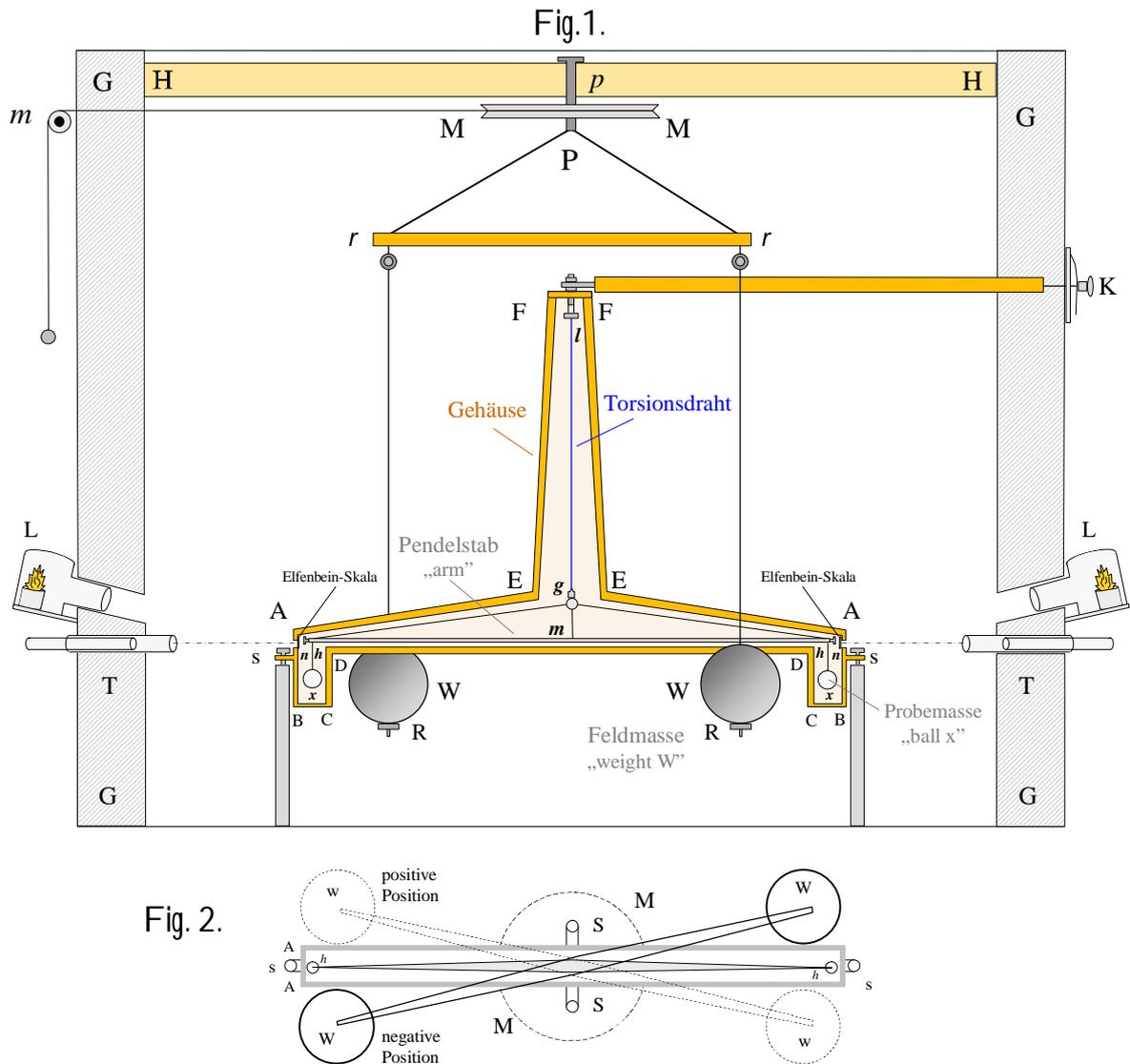


Bild 10: *Cavendishs* graphische Darstellung seines Experiments von 1798. *Fig. 1* zeigt einen vertikalen Längsschnitt, *Fig. 2* eine Draufsicht zur Erläuterung der horizontalen Bewegungen der Massen<sup>34</sup>

In seinem Bericht schildert *Cavendish* sehr detailliert seine Überlegungen zur Gestaltung des Versuchsaufbaus (siehe Bild 10) und zur Durchführung der Experimente.<sup>35</sup> Der anfängliche Hinweis, „The apparatus is very simple“ (S. 469), ist eher eine typisch englische Untertreibung, wohl um den Leser nicht gleich zu entmutigen. Im Vergleich zu den heute in physikalischen Praktika der Universitäten und Schulen häufig verwendeten Torsionsdrehwaagen<sup>36</sup> zeichnet sich der von *Cavendish* benutzte „apparatus“ vor allem durch seine relativ großen Feldmassen *WW* aus. Eine dieser

<sup>34</sup> Nachzeichnung der Originalzeichnung von *Cavendish* von 1798. *Fig. 1* zeigt die Vorderansicht und *Fig. 2* die Draufsicht. Sie wurden zur besseren Detail-Erkennbarkeit vektorisiert und teilweise colorisiert. *Cavendish*, a.a.O., Tab. XXIII, *Fig. 1* und Tab. XXIV, *Fig. 2*, S. 526.

<sup>35</sup> *Cavendish* (1798), a.a.O., S. 469 – 478 (Versuchsaufbau) und S. 478 – 508 (Versuchsdurchführung).

<sup>36</sup> Etwa die der Firmen [Leybold](#) oder [Pasco](#). Beide Modelle können grundsätzlich als Nachbauten der *Cavendish*-Apparatur etwa im Maßstab M 1: 18,6 bezeichnet werden (Vergleichsgröße: Länge *L* des Pendelstabes = 186,2 cm bei *Cavendish* bzw. 10 cm bei den Lehrmittelmodellen).

Bleikugeln wiegt immerhin über 3 Zentner (genauer: 158 kg). Auch der mit 186,2 cm relativ lange Pendelstab *hmh* (*Cavendish* nennt ihn „arm“) übersteigt ein Vielfaches die in der Regel 10 cm langen Pendelstäbe der heutigen Lehrmittelmodelle. Wegen ihres hohen Gewichts können die Feldmassen als so gut wie raumfest angenommen werden. *Cavendish* bezeichnet sie mit „weights (*W* bzw. *w*)“ und die ebenfalls kugelförmigen Probmassen mit „balls (*x*)“. In Formeln verwenden wir für die „weights“ die Formelzeichen  $m_1$  oder  $M$  und für die „balls“  $m_2$  oder  $m$ . *Cavendish* zeigt in der in Bild 8 dargestellten Zeichnung aus dem Anhang seines Berichts sehr akribisch den Aufbau seines Versuchs, mit dem er in den Jahren 1797 und 1798 den Nachweis erbracht hat, dass das von *Isaac Newton* 1686 entdeckte Gravitationsgesetz auch für irdische Körper gilt.<sup>37</sup> Es handelt sich hierbei um eine sogenannte Torsionsdrehwaage. In *Fig. 1* ist dargestellt ein vertikaler Längsschnitt durch *Cavendishs* Apparatur und den gemauerten Raum, in dem diese Drehwaage auf seinem Anwesen in *Clapham* untergebracht war. Das eigentliche Torsionspendel bestand aus dem

- etwa 186 cm langen Pendelarm *hmh* („arm“), an dessen Enden die als Probmassen dienenden kleinen Kugeln *x* („balls“) mit Drähten starr verbunden waren, und dem
- knapp 1 m langen versilberten Torsionsdraht *gl* aus Kupfer, an dessen Ende der Pendelarm *hmh* im Mittelpunkt *m* mit Hilfe der Drahtaufhängung *hgh* ebenfalls starr befestigt war.

Der gesamte Pendelstab wurde in eine horizontale Drehbewegung versetzt, sobald die als Probmassen dienenden kleinen Kugeln *x* („balls“) mit einer Masse von je 730 g durch die Gravitationswirkung der als ortsfeste Feldmassen dienenden großen Kugeln *W* („weights“) von je 158 kg angezogen wurden (siehe dazu auch die Draufsicht in *Fig. 2*). Durch diese Drehbewegung wurde der Torsionsdraht verdreht und hat in ihm ein Torsionsdrehmoment erzeugt, das dem durch die Gravitation auf die kleinen Kugeln hervorgerufene Drehmoment auf den Pendelarm entgegenwirkte. Der Versuch konnte –ohne den eigentlichen Laborraum betreten zu müssen– von außen gesteuert und beobachtet werden. Weitere Einzelheiten des Versuchsaufbaus sind im Folgenden dargestellt.

### 3.2 Die Hauptbestandteile der *Cavendish*-Apparatur

Tabelle 2: Die folgenden Buchstaben-Kennzeichnungen und die Benennung der Einzelteile entspricht der von *Cavendish* in seinem Bericht gewählten Bezeichnungsweise.<sup>38</sup> Sie stimmt mit der in Bild 8 überein.

A ... E	ABCDDCBAEFFE („narrow wooden case“): schmales Mahagoni-Holzgehäuse zur aerodynamischen Abschirmung des beweglichen Teils (Pendelarm <i>hmh</i> mit den kleinen Kugeln <i>xx</i> und dem Torsionsdraht <i>lg</i> )
<i>lg</i>	„slender wire“: dünner Torsionsdraht aus versilbertem Kupfer 99,7 cm lang, 0,2 mm dick.
<i>hx</i>	„wire“: Aufhängedraht der kleinen Kugeln <i>x</i>
<i>ghmh</i>	„arm“: schlanke massive Stange als Pendelstab
<i>hgh</i>	„silver wire“: dünner Silberdraht zur Aufhängung des Pendelstabs
L	„Lamps“: Öllampen mit konvexen Glaslinsen als Beleuchtungsstrahler
T	„Telescopes“: Fernrohre zur Beobachtung der Schwingungen des Pendelstabs
<i>hmh</i>	„Arm“: Pendelarm (kurz auch <i>hh</i> ), an deren Ende die kleinen Bleikugeln („Balls“) aufgehängt waren
W W	„leaden Weights“: große Bleikugeln mit je einer Masse $M_1 = M_2 = 158$ kg (Feldmassen)
<i>x x</i>	„two Balls“: kleine Bleikugeln mit je einer Masse $m_1 = m_2 = 0,729$ kg (Probmassen)
MM	„Pulley“: Riemenscheibe zur Verdrehung der großen Kugel in die jeweils andere Position
<i>r r</i>	„wooden bar“: Trägerstab aus Holz zur Aufhängung der großen Kugeln
RrPrR	„Copper rods“: Aufhängevorrichtung aus Kupferdraht für die großen Kugeln
FF	„endless screw“: Schneckengetriebe zur Verdrehung des Torsionsdrahtes und damit der Aufhängung der kleinen Kugeln (S. 473). Die Schnecke ist am Ende F des Stabes KF befestigt, das Schneckenrad ist auf den Befestigungszapfen des Torsionsdrahtes bei I montiert.
FK	„wooden rod“: Holzstab (S. 473) zur Verdrehung der Befestigung des Torsionsdrahtes <i>gl</i> ohne den Pendelarm berühren zu müssen
K	Drehknopf zum Drehen des Schneckengetriebes (Schnecke und Schneckenrad)
HH	„Beam“: Holzbalken für die Lagerung der vertikalen Achse der Riemenscheibe MM, über die die Aufhängung <i>rr</i> und damit die <i>Weights</i> von außen verdreht werden konnten.
GG	„end walls of the building“: Außenwände des Gebäudes

<sup>37</sup> „Diese Experimente reichen aus, um zu zeigen, dass die Anziehung der *weights* auf die *balls* sehr gut wahrnehmbar ist, und sie sind auch ausreichend regelmäßig, um die Größe dieser Anziehung näher bestimmen zu können.“ *Cavendish* (1798), a.a.O., S. 481, (Übersetzung J.S.).

<sup>38</sup> *Cavendish* (1798), a.a.O., S. 471 f.

- Raum: Der eigens für den Versuch gemauerte Laborraum war 10 feet hoch (304,8cm) und 10 feet (304,8 cm) breit. Die Dicke einer Einzelwand dürfte bei 30 cm gelegen haben. Dies wird durch die Zeichnung *Cavendishs* bestätigt. Untergebracht war dieser Laborraum in einem Nebengebäude der Villa *Cavendishs* in *Clapham*, damals eine ländliche Gemeinde am südlichen Stadtrand von London, heute ein Stadtteil Londons.<sup>39</sup>
- Dauer: Durch die Verdrehung der großen Kugeln in die jeweils andere Position wurde der Versuch in Gang gesetzt. Die jeweilige Versuchsperiode endete mit dem Stillstand des Torsionspendels am Ende des Ausschwingvorganges nach etwa 2,5 Stunden.<sup>40</sup>

Redaktionelle Zwischenbemerkung: Im Folgenden werden in Anlehnung an *Cavendish* die *Feldmassen als weights* und die *Probmassen als balls* bezeichnet.

### 3.3 Vergleich der Cavendish-Apparatur mit modernen Torsionsdrehwaagen

Tabelle 3: Die Cavendish-Apparatur im Vergleich zu modernen Torsionsdrehwaagen

Merkmal	• Torsion Balance von <i>Cavendish</i> <sup>41</sup>	• Moderne Torsionsdrehwaage <sup>42</sup>
Torsionspendel Pendelarm („arm“) auch: Pendelstab	Tannenholzstab Länge $hh = L = 186,2 \text{ cm}$ $hh = L$ ist der Mittelpunktabstand der kleinen Kugeln („balls“). Damit beträgt der Radius des horizontalen Pendelkreises $r = hh/2 = 93,1 \text{ cm}$ .	Alu-Stab Länge $2 \cdot d = 10 \text{ cm}$ $2 \cdot d$ ist der Mittelpunktabstand der kleinen Kugeln. Damit beträgt der Radius des horizontalen Pendelkreises $r = d = 5 \text{ cm}$ . $d$ ist das von den Drehwaagenherstellern <i>Leybold</i> und <i>Pasco</i> verwendete Formelzeichen.
Kugelkörper kleine Kugel („ball“, Probmasse) Durchmesser	Material: Blei $m_2 = 0,73 \text{ kg}$ $d_2 = 50,8 \text{ mm}$	Material: Blei $m_2 = 0,020 \text{ kg}$ $d_2 = 15 \text{ mm}$
große Kugel („weight“, Feldmasse) Durchmesser	$m_1 = 158 \text{ kg}$ $d_1 = 299,4 \text{ mm} = 29,94 \text{ cm}$	$m_1 = 1,5 \text{ kg}$ $d_1 = 64 \text{ mm} = 6,4 \text{ cm}$
Mittelpunktabstand der Feld- und Probmasse	$r = 22,48 \text{ cm} = 0,2248 \text{ m}$ ( <i>Cavendish</i> : 0,23 m) kleinster Mittelpunktabstand der Massen $m_1$ und $m_2$ in Versuchs-Position I oder II	$r = 4,7 \text{ cm} = 0,047 \text{ m}$ kleinster Mittelpunktabstand der Massen $m_1$ und $m_2$ in Versuchs-Position I oder II
Gravitationskraft	$F = 152 \cdot 10^{-9} \text{ N} = 152 \text{ nN}$	$F = 0,91 \cdot 10^{-9} \text{ N} = 0,91 \text{ nN}$
Torsionsdraht	versilberter Kupferdraht (Dicke 0,2 mm): Länge $\ell_f = 99,7 \text{ cm}$ ; $D = 7,18 \cdot 10^{-5} \text{ Nm rad}^{-1}$	Bronzefaden: Länge $\ell_f = 26 \text{ cm}$ ; $D = 8,5 \cdot 10^{-9} \text{ Nm rad}^{-1}$
Periodendauer	$T = 848 \text{ s} = 14,13 \text{ min}$ (Periodendauer mit weniger steifem Torsionsdraht: $T = 1775 \text{ s} = 29,6 \text{ min}$ )*	$T = 630 \text{ s} = 10,5 \text{ min}$
Dauer einer Versuchsperiode	$t = \text{ca. } 2,5 \text{ Stunden}$ bis zum Stillstand des Torsionspendels (Jungnickel (2016), S. 438)	$t = \text{ca. } 1,5 \text{ Stunden}$ bis zum Stillstand des Torsionspendels
Gehäuse	Mahagoni-Holz (S. 515 u. 523)	Metallgehäuse mit Glasfenster
Versuchssteuerung	Manuell mit mechanischen Bauelementen zur Positionierung der Feldmassen ( <i>weights</i> ) vom Nebenraum aus.	Manuell oder Online-Ansteuerung mechatronischer Bauelemente zur Positionierung der Feldmassen von jedem beliebigen Ort aus via Internet.
Versuchsbeobachtung Siehe auch Anhang, Kapitel 3.	Lokale Beobachtung mit Teleskopen vom Nebenraum aus: Torsionspendelbewegung des Pendelarms und der an dessen Ende befestigten Vernierskala und der gegenüber am Gehäuse fest montierten zweiten Elfenbeinskala. Auswertung gemäß der <i>Endausschlagmethode</i> (Der „ <i>point of rest</i> “ kann als Endausschlag gedeutet werden. S. 474).	Lokale Beobachtung oder live view mit Webcam: Torsionspendelbewegung und der dadurch verursachten Bewegung der Lichtzeigermarke auf der Skala und deren optoelektronische Erfassung und Speicherung der Lichtmarken-Positionen. Auswertung gemäß der <i>Endausschlagmethode</i> .

Die Versuchsaufbauten sowohl des *Cavendish*-Experiments als auch die moderner Gravitationsdrehwaagen beruhen auf dem Prinzip einer Torsionsdrehwaage (*Torsion Balance*). Die in Laborpraktika und Physik-Sammlungen von Hoch-

<sup>39</sup> Vgl. Jungnickel, Christa/McCormmach, Russel (2016), a.a.O., S. 276 ff. Zum Laborraum: Die von Wikipedia angegebene Wandstärke beträgt 61 cm (Wikipedia-Eintrag: [Cavendish experiment](#)). Dieser Wert ist m. E. viel zu hoch. Tatsächlich dürfte die Dicke einer Einzelwand bei 30 cm liegen. Dies wird durch *Cavendishs* Zeichnung (*Cavendish*, a.a.O, Tab. XXIII, Fig. 1.) bestätigt. Danach war die Dicke einer Wand kleiner als der Durchmesser der *weights*, also läge demnach bei etwa 24 cm.

<sup>40</sup> Vgl. Jungnickel u.a. (2016), S. 438; Ducheyne (2011), a.a.O., S. 201. Zur Dauer des Ausschwingvorganges: Jungnickel u.a. (2016), a.a.O., S. 438.

<sup>41</sup> Daten: Ramsauer (1953), a.a.O., S. 19 ff. und Cavendish (1798), a.a.O., S. 469-526. \*T-Wert der Experimente 1-3 mit weniger steifem Draht.

<sup>42</sup> Beispielsweise die zu einer websteuerbaren Gravitationsdrehwaage umgebaute *Leybold*-Torsionswaage der Heinrich-Emanuel-Merck-Schule (HEMS) in Darmstadt. Einzelheiten vgl.: [Cavendish-Experiment Online mit webgesteuerter Gravitationsdrehwaage](#)

schulen und Schulen verwendeten Gravitationsdrehwaagen wie die der Firma *Leybold* ist vom Konstruktionsprinzip her nichts anderes als ein Nachbau der *Cavendish*-Apparatur im Maßstab M 1: 18,6. Als Referenzmaß dient hier die Länge der Pendelarms der *Cavendish*-Apparatur von  $hh = 186,2$  cm im Verhältnis zu der des Pendelstabs der *Leybold*-Waage mit  $2 \cdot d = 10$  cm. Daraus errechnet sich der Maßstab:  $M = 186,2 \text{ cm} / 10 \text{ cm} \Rightarrow M 1: 18,62$ .

### 3.4 Cavendishs Versuchsdurchführung

*Cavendish* hatte –wie bereits erwähnt– eigens zur Unterbringung seines „Apparatus“ auf seinem Anwesen in *Clapham Common* im Süden von London einen separierten Laborraum in einem Nebengebäude seines Villenanwesens einrichten lassen. Dort führte er unter Mitarbeit seines Assistenten Mr. *George Gilpin* insgesamt 17 Experimente mit der von *John Michell* konstruierten und von ihm modifizierten Torsionsdrehwaage durch: das erste fand am 5. August 1797 (Experiment I.) statt, das letzte am 30. Mai 1798 (Experiment XVII.). Seinen Bericht veröffentlichte er am 21. Juni 1798 in den *Philosophical Transactions* der Royal Society.<sup>43</sup>

*Henry Cavendish* konnte mit seiner Torsionsdrehwaage die Wirkung der sehr kleinen Gravitationskräfte zwischen zwei irdischen Körpern, nämlich jeweils einer der größeren Bleikugeln *W* (den sog. „weights“) von je 158 kg und einer der kleineren Bleikugeln *x* (den sog. „balls“) von 0,73 kg, demonstrieren und ihren Zahlenwert bestimmen (siehe Bild 8). Sein Versuchsaufbau war in einem hermetisch abgeschlossenen Raum untergebracht, um den Versuchsablauf nicht durch unerwünschte Kräfte, die durch zufälliges Berühren oder Luftströmungen hervorgerufen werden könnten, zu stören. Dank optischer Hilfsmittel und einer geeigneten Steuermechanik, konnte er seinen Apparat von außen steuern und beobachten, ohne den eigentlichen Versuchsraum betreten zu müssen. Die genaue Ablesung der Messwerte für die Winkelposition des Pendelarms erfolgte mit Hilfe von Teleskopen *T*, die auf die an den Enden *n* des Pendelarms angebrachten Elfenbein-Skalen gerichtet waren.

Die Torsionsdrehwaage selbst bestand aus einem dünnen, 1,86 Meter langen Pendelarm *hnh* (oder kurz *hh*) aus Holz, der mittig an einem dünnen, vertikal herunterhängenden Torsionsdraht *lg* aus Silber so aufgehängt war, dass er sich horizontal um den Punkt *m* der Mittelachse *mg* des Drahtes frei drehen konnte. An den beiden Enden *h* dieses Pendelarms *hnh* war jeweils eine kleine Bleikugel *x* mit einer Masse von 730 Gramm mit Drähten starr verbunden. Die horizontale Lage des Pendelarms konnte von außen mit einem Verstellmechanismus über die Stange *FG* in die Nulllage positioniert werden. Torsionsdraht und Pendelarm waren zusammen mit der Aufhängung zum Schutz vor störenden thermischen Luftbewegungen in einem Gehäuse aus Mahagoni-Holz untergebracht (hier im Längsschnitt).

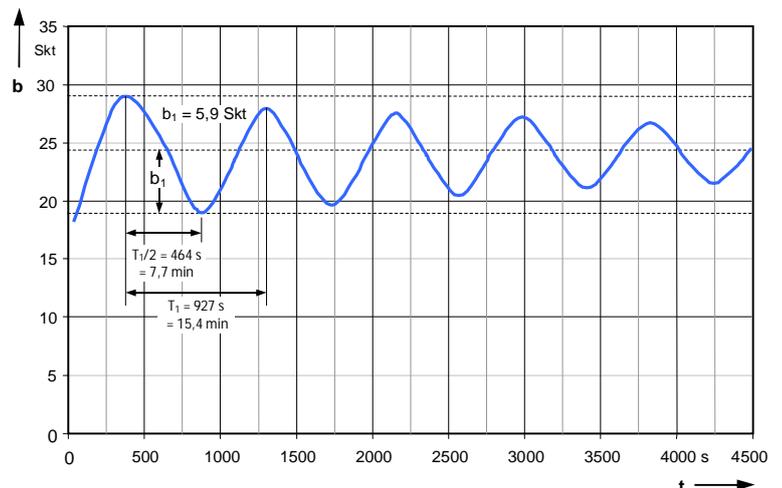
Die großen Bleikugeln *W* mit einem Gewicht von je 158 Kilogramm waren mit zwei Kupferstäben *rR* an dem Querbalken *rr* aufgehängt. Sie konnten über die Riemenscheibe *MM* mit einem Seilzug *mM* von außen horizontal bewegt werden. Der Versuch wurde gestartet, indem die beiden großen Kugeln *W* soweit in Richtung der kleinen Kugeln *x* gedreht wurden, bis sie den Rand der schützenden Gehäusewand fast berührten. Jetzt standen sich jeweils eine große und eine kleine Kugel im kleinstmöglichen Mittelpunktabstand von etwa 23 cm gegenüber. Auf jede der kleinen Kugeln wurde durch die Gravitationswirkung, die von der ihr jeweils gegenüberstehenden großen Kugel ausging, spontan mit je ca. 150 nN angezogen. Dieser Impuls wiederum bewirkte horizontal ein Drehmoment auf den Pendelarm und löste hier eine gedämpfte Drehschwingung mit abklingender Amplitude um das Zentrum *m* aus. Im folgenden Zeitdiagramm (Bild 9) ist exemplarisch der Schwingungsverlauf mit den von *Cavendish* im Experiment XVII. ermittelten Werten dargestellt.

Bild 11: Weg-Zeit-Diagramm der Drehschwingung des Pendelarms im Experiment von *Cavendish*

Zahlenbeispiel: Cavendish-Experiment XVII (S. 507 und 520) und Tabelle 1: Zeile 28 – to + . Cavendish-Mittelwerte:  $b = 5,78$  Skt |  $T/2 = 7,05$  min = 423 s

b ... Pendelarm-Ausschlag in Skalenteilen  
t ... Zeit in Sekunden T ... Periodendauer

Eine vollständige Pendelschwingung hatte nach dem Start einer Versuchsreihe anfänglich eine durchschnittliche Periodendauer von etwa  $T = 14$  Minuten; nach etwa 2,5 Stunden endete die Schwingung und der Pendelarm kam in einem bestimmten Punkt zur Ruhe.<sup>44</sup> Bei einer vollen Umlagerung der *weights* in



<sup>43</sup> Cavendish (1798), a.a.O., Online-Version: [Henry Cavendish: Experiments to determine the Density of the Earth](#)

<sup>44</sup> Diese Periodendauer wurde durchschnittlich bei den Experimenten 4 bis 17 mit dem steiferen Draht erreicht. Bei den Experimenten 1 bis 3 mit dem weniger steifen Draht betrug sie etwa 28 Minuten. Vgl. Tabelle 1 sowie Cavendish (1798), a.a.O., S. 520. Bei den Werten in Spalte 4 (*Time vib.*) ist zu beachten, dass *Cavendish* hier stets nur die Dauer einer Halbschwingung (also  $T/2$ ) eingetragen hat. Die 2,5 Stunden sind eine Schätzung von Jungnickel u.a. (2016), a.a.O., S. 438: „Je nach Steifigkeit des Aufhängungsdrahtes konnte es bis zu bis zu zweieinhalb Stunden dauern.“. Bei *Cavendish* heißt es dazu: „Vibrations will continue a great while“. ebenda, S. 474.

die jeweils andere Position (vgl. Bild 12 b und c) pendelte sich der Pendelarm am Ende des Einschwingvorgangs auf einen Endausschlag (*point of rest*) ein, der auf der Skala (siehe Anhang: Kapitel A.3 b) gegenüber dem jeweiligen Startpunkt im Mittel aller Experimente um 6,036 Skalenteile entfernt war.<sup>45</sup> Unter Berücksichtigung des Pendelarmradius von 38,3 Zoll (= 973 mm) schloss er damit gegenüber der Ausgangslage einen Drehwinkel von  $\beta = 0,452^\circ$  (bzw.  $7,88 \cdot 10^{-3}$  rad) ein. Die Drehwinkelabweichung gegenüber der horizontalen Gehäuse-Mittellinie lag damit im Mittel der Experimente 4 bis 17 bei  $\alpha = 0,226^\circ$  (bzw.  $3,94 \cdot 10^{-3}$ )<sup>46</sup>. Die Schwingungen des Pendelarms wurde von außen mit den Teleskopen T beobachtet. Diese waren jeweils auf eine Skala aus Elfenbein gerichtet, die ihrerseits an den Enden nn des Pendelarms befestigt waren. Sie diente als Nonius-Skala und eine weitere, fast direkt davor an dem Gehäuse fest angebrachte zweite Elfenbein-Skala bildeten zusammen ein Vernier-System, das eine Ablesung bis auf 100stel Zoll bzw. 0,254 mm genau ermöglichte.<sup>47</sup> Die Pendelarmausschläge wurden mit einer Genauigkeit von 100stel Zoll in Abhängigkeit von der Zeit auf die Sekunde genau registriert (siehe Einträge in Spalte 3 von Tabelle 1).

Cavendish unterscheidet bei seiner Versuchsdurchführung drei Grundstellungen der *weights* W (siehe Bild 12): die *midway position*, die *negativ position* und die *positiv position*. Dabei geht es um die horizontale Stellung des Trägerbalkens rr mit den an dessen Enden aufgehängten Feldmassen („weights“) im Verhältnis zu der des Pendelarms hh mit den an dessen Enden aufgehängten Probmassen („balls“). Im Detail sind damit folgende Positionen gemeint:

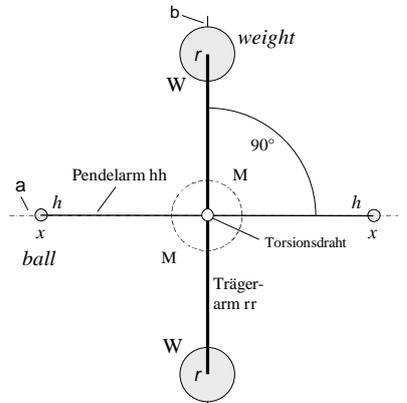
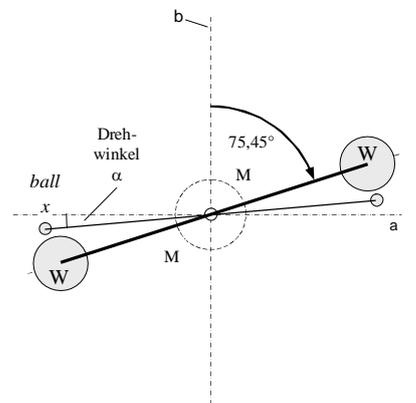
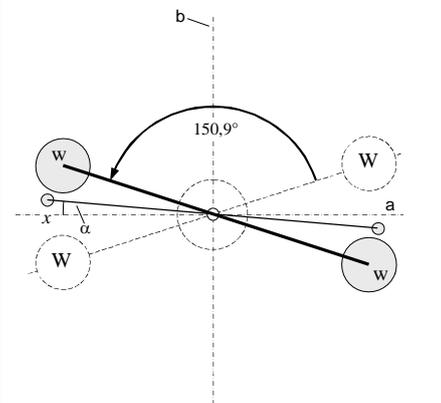
a) <i>midway position</i>	b) <i>negativ position</i>	c) <i>positiv position</i>
		
Trägerarm rr: $90^\circ$ Pendelarm hh: $\alpha = 0^\circ$	Trägerarm rr: $75,45^\circ$ nach rechts Pendelarm hh: Wird gegenüber a um den Winkel $\alpha$ nach links, also gegen den Uhrzeigersinn gedreht	Trägerarm rr: $150,9^\circ$ nach links Pendelarm hh: Wird gegenüber a um den Winkel $\alpha$ nach rechts, also im Uhrzeigersinn gedreht.
Gravitationswirkung der <i>weights</i> auf die <i>balls</i> : Die wirksame Kraft ist praktisch Null. Pendelarm hh bleibt in waagerechter Ruhelage.	Gravitationswirkung: maximale Kraft und Ablenkung nach links mit anschließend abklingender Dreh-schwingung bis zur Ruhelage	Gravitationswirkung: maximale Kraft und Ablenkung nach rechts mit anschließend abklingender Drehschwingung bis zur Ruhelage

Bild 12: Die von Cavendish definierten Grundstellungen der „weights“ (Feldmassen)

Vereinfachte Darstellung gemäß der Draufsicht in Fig. 2 im Bild 10. Die Linie a ist die waagerechte Mittellinie und b die senkrechte Mittellinie durch das Gehäuse zur Abschirmung des Pendelarms. Das Gehäuse selbst ist nicht eingezeichnet. Der Drehwinkel  $\alpha$  ist der Winkel, um den der Pendelarm durch die Gravitationswirkung der *weights* (Feldmassen) auf die *balls* (Probmassen) gegenüber der waagerechten Mittellinie a verdreht wird. Dreht sich der Pendelarm durch die Gravitation gegen den Uhrzeigersinn, nennt Cavendish die Stellung der *weights*, die das bewirken, die *negativ position*, dreht sich der Pendelarm im Uhrzeigersinn, nennt er die dies bewirkende Stellung der *weights* die *positive position* (Cavendish (1798, a.a.O., S. 473.)). Die Darstellung ist nur annähernd maßstäblich. Der Drehwinkel  $\alpha$  ist in Wirklichkeit deutlich kleiner. So beträgt der Mittelwert der in Spalte 3 der Tabelle 1 eingetragenen und in Winkelgrade umgerechneten Ausschläge  $\alpha = 0,226^\circ$ .

<sup>45</sup> Dieser Wert der Bogenlänge  $b = 6,036$  Skt. ist der Mittelwert aus allen Einträgen zu den Exper. 4 bis 17 der *Conclusion* (siehe Tabelle 1).

<sup>46</sup> Dieser Wert errechnet sich aus dem Skalenkreis-Radius  $r_{SK} = 38,3$  Zoll, dem halben Mittelwert der von Cavendish in seiner *Conclusion*-Tabelle (siehe Tabelle 1) in Spalte 3 eingetragenen Bogenlänge  $b = 6,036$  Skt aus den Experimenten 4 bis 17 (ohne die Überlagerungen der *weights* jeweils aus der *midway position*, also von m. to + und m. to -) und dem Skalenteilungsfaktor  $K = 1/20$  Zoll/Skt. Vgl. dazu die ausführliche Darlegung der Berechnung im Anhang (Kapitel 3).

<sup>47</sup> Cavendish, a.a.O., S. 473 f. Die feste Hauptskala hatte eine 20stel-Zoll (= 1,27 mm)-Teilung, die Vernier(Nonius)-Skala eine 100stel-Zoll (= 0,254 mm)-Teilung. Einzelheiten dazu sind im Anhang, Kapitel 3. a) näher erläutert.

- a) *midway position*: In diese Position wird der Trägerarm  $rr$  mit den *weights*  $W$  gegenüber der waagerechten Mittellinie  $a$  um  $90^\circ$  gedreht. Dort steht er gemäß der Draufsicht in Bild 12 a) senkrecht zur Mittellinie  $a$ . Der Pendelarm  $hh$  mit den *balls* wird in die waagerechte Ruhelage gebracht (mit Hilfe der Dreh-Vorrichtung  $FK$ ). In dieser Position ist der Mittelpunktabstand der *weights* zu den *balls* am größten und die Gravitationswirkung der raumfesten *weights* auf die *balls* geht gegen Null (Summe der Kräfte auf die *balls* ist so gut wie Null).
- b) *negativ position*: Durch Drehung des Trägerarms  $rr$  um etwa  $75,5^\circ$  nach rechts, werden die *weights* bis an den Gehäuserand des Schutzgehäuses gedreht und befinden sich damit in dem kleinsten Mittelpunktabstand zu den *balls*. Aufgrund der Gravitation werden die *balls* jetzt von den *weights* angezogen und der Pendelarm wird gegen den Uhrzeigersinn nach links gedreht. Dadurch wird der Pendelarm in eine abklingende Drehschwingung versetzt bis er nach etwa 2,5 Stunden eine neue, um den Winkel  $\alpha$  nach links gedrehte, Ruheposition (*point of rest*) einnimmt. Dadurch wird auch der Torsionsdraht um den gleichen Torsionswinkel  $\alpha$  in sich verdreht und erzeugt so eine Torsionskraft nach rechts, die gegen die Gravitationskraft gerichtet ist.
- c) *positiv position*: Durch Drehung des Trägerarms  $rr$  gegenüber der *negativ position* um etwa  $150,9^\circ$  nach links, werden die *weights* auf der gegenüberliegenden Seite ebenfalls wieder bis an den Gehäuserand gedreht und es stellt sich eine mit b) vergleichbare Gravitationswirkung ein, jetzt allerdings in umgekehrter Richtung. So wird sich der Pendelarm nach dieser vollständigen Umlagerung der *weights* in die *positiv position* nach Beendigung des jetzt einsetzenden Abschwingvorganges in einer erneuten Ruheposition einpendeln und zwar wiederum um den gleichen Winkel  $\alpha$  gedreht, jetzt allerdings umgekehrt im Uhrzeigersinn nach rechts. Durch die entgegengesetzte Verdrehung des Torsionsdrahtes geht der Torsionswinkel zunächst auf Null zurück und erreicht dann in umgekehrter Richtung dem Betrage nach den gleichen Verdrehungswinkel  $\alpha$  wie im Fall b). Dementsprechend ist die gegen die Gravitationskraft gerichtete Torsionskraft jetzt nach links gerichtet.

Die jeweils mit Hilfe der Riemenscheibe  $M$  („*pulley*“) während der einzelnen Versuche vorgenommene Positionierung der *weights* hat *Cavendish* in den Messwerte-Tabellen vermerkt, zum Beispiel in der „*Conclusion*“-Tabelle in Spalte 2 (siehe [Tabelle 1](#)). So bedeutet etwa m. to + : halbe Umlagerung der Feldmassen („*Motion of the weights*“) von der *midway position* in die *positiv position*; oder - to + : volle Umlagerung von der *negativ position* in die *positiv position*.

Näher erläutert wird die Methode zur Berechnung des Drehwinkels  $\alpha$  und des „bei einer vollen Umlagerung der großen Kugeln“ (*Ramsauer*)<sup>48</sup> sich ergebenden Winkels  $\beta$  im Kapitel A3. im Anhang.

## 4. Auswertungen der *Cavendish*-Experimente

### 4.1 Direkte Berechnung der Gravitationskonstanten $G$ mit Hilfe der *Cavendish*-Daten

Wie bereits erwähnt, wollte *Cavendish* mit den Messungen in seinen Experimenten eigentlich die Masse der Erde „wiegen“ und mit diesem Wert und dem damals bekannten Volumen der Erde deren Dichte berechnen. Die Frage nach der Gravitationskonstante stand zu dieser Zeit in der Wissenschaft nicht zur Debatte. Gleichwohl lässt sich –wie wir im Folgenden zeigen werden– aus den von *Cavendish* gewonnenen Messergebnissen auch die Gravitationskonstante direkt berechnen.<sup>49</sup> Da dies für die weitere Forschungsarbeit der Physik immer bedeutsamer wurde –später vor allem bei der Anwendung in der Astrophysik und der Raumfahrt– wollen wir die dazu notwendige Formel im Folgenden herleiten.

Was die für die Berechnung der Gravitationskonstanten  $G$  erforderlichen Daten aus dem *Cavendish*-Experiment angeht, beziehen wir uns sowohl auf verstreute Hinweise in dem Bericht von *Cavendish*<sup>50</sup> als auch auf Angaben der Abhandlung von *Carl Ramsauer*<sup>51</sup>. *Ramsauer* hat 1953 mit großer Sorgfalt die empirischen Befunde des *Cavendish*-Experiments zusammengestellt und ausgewertet. Die für uns relevanten Daten sind in der folgenden Tabelle 4 zusammengestellt.

<sup>48</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24 (oben Punkt 1). Vgl. auch S. 23 vorletzter Absatz.

<sup>49</sup> Heute wird das *Cavendish*-Experiment üblicherweise als Experiment zur Bestimmung sowohl der Gravitationskraft zwischen zwei irdischen Körpern als auch der Gravitationskonstanten beschrieben, was der Sache nach ja auch zutreffend ist. Dies soll im Folgenden noch gezeigt werden. Vgl. dazu u.a. Feynman, Richard P.: Vom Wesen physikalischer Gesetze (Erstausgabe 1967), München Zürich 1993 (Piper Verlag), S. 53.

<sup>50</sup> Cavendish (1798), a.a.O., S. 520, Exper. 4 - 17 (Versuche mit steiferem Torsionsdraht).

<sup>51</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24.

Tabelle 4: Die zur Berechnung der Gravitationskonstanten G erforderlichen Daten aus dem Cavendish-Experiment

Physikalische Größe	**	***	Cavendishs Maße	heutige Maße	Cavendish	Ramsauer
„weights“ (Feldmassen)	m <sub>1</sub>	m <sub>1</sub>	2 439 000 grains	158 kg	S. 510	S. 20
„balls“ (Probemassen)	m <sub>2</sub>	m <sub>2</sub>	11 262 grains	0,730 kg	S. 513	S. 19
Mittelpunktabstand zwischen weights und balls unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors von Cavendish*	r	r	9,05 inches	0,230 m	S. 510	S. 24 + 25
Pendellarmlänge hh = L („the arm“)	L	2·A	73,3 inches	1,862 m	S. 509	S. 19
halbe Pendellarmlänge L/2 (Mittelpunktentfernung der „balls“ von der Drehachse)	d	A	36,65 inches	0,931 m	S. 509	S. 19/S. 24
Drehwinkel (α, heute meist φ) des Pendelarms und des Torsionsdrahts	α oder φ	α	3,018 divisions	3,94 · 10 <sup>-3</sup> rad	S. 520****	S. 24
Periodendauer	T	T	14,13 minutes	848 s	S. 520****	S. 24

\* Cavendish (S. 510): r = 8,85 inches. Unter Berücksichtigung des dort von Cavendish angegebenen Korrekturfaktors 1/0,9779 = 1,0226 ergibt sich für den Mittelpunktabstand von großer und kleiner Kugel r = 9,05 inches. Ramsauer (S. 25): Korrekturfaktor = 1,022.

\*\* Formelzeichen in der heute üblichen Form \*\*\* Formelzeichen von Ramsauer \*\*\*\* Mittelwerte der Experimente 4 bis 14 der Conclusion-Tabelle 1 (Spalte 3 und 5) . Vgl. auch im Anhang das Kapitel 3., speziell zum Drehwinkel auch Kapitel 3 c)

Bei der folgenden Herleitung der Formel zur Berechnung der Gravitationskonstanten G mit Hilfe der in Tabelle 4 aufgeführten Messergebnisse orientieren wir uns im Wesentlichen sowohl an der Darstellung in dem Bericht von Cavendish von 1798 als auch an der Publikation von John Henry Poynting aus dem Jahre 1894. Dort berichtet Poynting über eine Nachbildung des Cavendish-Experiments und über eigene konstruktive Weiterentwicklungen.<sup>52</sup>

Vor dem Start des Versuchs befanden sich –so wollen wir annehmen– die weights (Feldmassen) wie in Bild 13 dargestellt in der negativen Position. Der Pendelarm hh war in Ruhelage (point of rest) und durch die Gravitationswirkung der weights W gegenüber der waagerechten Gehäuse-Mittellinie um den Winkel α gegen den Uhrzeigersinn nach links gedreht. Die balls (Probemassen) waren jetzt in höchstmöglicher Nähe gegenüber den weights angeordnet. Ihr Mittelpunktabstand r von den weights betrug dann jeweils r = 23 cm (siehe Tabelle 4). Durch die Drehung des Pendelarms wurde der Torsionsdraht ebenfalls um den Winkel α in sich verdreht und rief durch diese Torsion ein Drehmoment M<sub>T</sub> hervor, das gegen das gravitationsbedingte Drehmoment M<sub>G</sub> gerichtet war. Nach dem Einschwingvorgang infolge der Umlagerung der weights pendelte sich der Pendelarm in die bereits erwähnte Ruhelage (point of rest) ein, weil das Torsionsmoment M<sub>T</sub> in ein Gleichgewicht mit dem gravitationsbedingten Drehmoment M<sub>G</sub> geraten war (Vgl. dazu die ausführliche Darstellung im Kapitel 3.4.). Für die zwischen den weights und den balls wirkende Gravitationskraft F<sub>G</sub> gilt in dieser Situation nach dem Gravitationsgesetz:

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \text{Gleich. (3)}$$

Daraus folgt für die Gravitationskonstante G:

$$G = \frac{F_G \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2} \quad \text{Gleich. (4)}$$

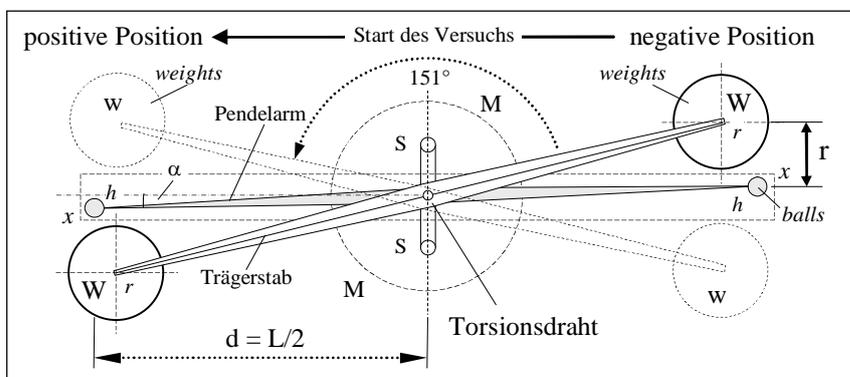


Bild 13: Stationärer Ausgangszustand unmittelbar vor dem Start des Versuchs: weights W in negativer Position, Pendelarm hh mit den balls x im Ruhezustand (point of rest); die Torsionswaage befindet sich im Gleichgewicht. Start des Versuchs durch volle Umlagerung der weights in die positive Position.

<sup>52</sup> Poynting, John Henry (1894), a.a.O., S. 41–48. Als Datenquellen verwenden wir außer Cavendish (1798), a.a.O. auch Ramsauer (1953), a.a.O., S. 19–26 sowie den engl. Wikipedia-Eintrag »Cavendish experiment«, Online: [Cavendish experiment](#) (Auch hier wird die Pendellarmlänge mit L bezeichnet.)

Gestartet wurde der Versuch durch eine volle Umlagerung der *weights*  $W$  mit Hilfe der seilzuggesteuerten Riemen-scheibe  $MM$  um etwa  $151^\circ$  nach links aus der *negativen* Position in die *positive* Position. Jetzt wirkt auf jede der beiden *balls*  $x$  die Gravitationskraft  $F_G$  in umgekehrter Richtung und damit anfänglich in die gleiche Richtung wie die in dem durch Verdrehung vorgespannten Torsionsdraht gleich große Torsionskraft  $F_T$ . Beide Kräfte wirken zusammen im Abstand  $d$  von dem Drehzentrum des Torsionspendels bis zum Mittelpunkt jeweils auf eine der *balls*  $x$  und erzeugen so einen Impuls auf den Pendelarm (Länge  $hh = L = 2 \cdot A = 2 \cdot d$ ) in Form des folgenden Drehmomentes  $M_G$ :

$$M_G = (F_G + F_T) \cdot d, \text{ da } F_T = F_G \text{ gilt auch:}$$

$$M_G = 2 \cdot F_G \cdot d \quad \text{Gleich. (5)}$$

Daraus folgt für die Gravitationskraft  $F_G$ :

$$F_G = \frac{M_G}{2 \cdot d} \quad \text{Gleich. (6)}$$

Gleich. (6) in Gleich. (4) eingesetzt:

$$G = \frac{M_G \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2 \cdot 2 \cdot d} \quad \text{Gleich. (7)}$$

Durch die jetzt einsetzende Drehung des Pendelarms nach rechts (also im Uhrzeigersinn), geht der durch die Vorspannung bedingte Torsionswinkel  $\alpha$  zunächst auf Null zurück und nimmt dann in umgekehrter Richtung wieder zu, bis das dadurch in Gegenrichtung erzeugte Torsionsdrehmoment  $M_T$  dem Betrage nach wieder so groß geworden ist wie das Gravitationsdrehmoment  $M_G$  und sich in einem neuen *point of rest* erneut ein Gleichgewicht einstellt. In diesem Fall gilt:

$$M_G = M_T = D^* \cdot \alpha \quad \text{Gleich. (8)}$$

Gleich. (8) in Gleich. (7) eingesetzt:

$$G = \frac{D^* \cdot \alpha \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2 \cdot 2 \cdot d} \quad \text{Gleich. (9)}$$

Unabhängig davon lässt sich das Direktionsmoment  $D^*$  des Torsionsdrahtes wie folgt berechnen:

$$D^* = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot J \quad \text{Gleich. (10)}$$

In Anlehnung an *Ramsauer* gilt für das Trägheitsmoment  $J$  des Pendelarms<sup>53</sup>:

$$J = 2 \cdot m_2 \cdot d^2 \quad \text{Gleich. (10 a)} \quad \text{wird eingesetzt in Gleich. (10) und daraus folgt:}$$

$$D^* = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot 2 \cdot m_2 \cdot d^2 \quad \text{Gleich. (11)}$$

Für das Direktionsmoment  $D^*$  in Gleich. (9) wird Gleich. (11) eingesetzt:

$$G = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot m_2 \cdot d^2 \cdot \alpha \cdot r^2}{T^2 \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 2 \cdot d} \quad \text{nach Kürzen ergibt sich:}$$

$$\boxed{G = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot d \cdot \alpha \cdot r^2}{T^2 \cdot m_1}} \quad \text{Gleich. (12)} \quad \text{oder mit } d = L/2: \quad \boxed{G = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot L \cdot \alpha \cdot r^2}{T^2 \cdot m_1}} \quad \text{Gleich. (13)}$$

Mit Gleich. (12) lässt sich mit Hilfe der *Cavendish*-Daten aus Tabelle 4 direkt die Gravitationskonstante  $G$  berechnen. Setzt man für  $d$  die halbe Pendelstablänge ein, also für  $d = L/2 = 1,862 \text{ m}/2$ , und für die übrigen Größen die Werte aus dem *Cavendish*-Experiment gemäß Tabelle 4 ein, so folgt für die Berechnung der Gravitationskonstanten  $G$ :<sup>54</sup>

$$G = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1,862 \text{ m} \cdot 3,94 \cdot 10^{-3} \cdot (0,23 \text{ m})^2}{2 \cdot (848 \text{ s})^2 \cdot 158 \text{ kg}}$$

So ergibt sich mit den Messwerten des *Cavendish*-Experiments für die Gravitationskonstante  $G$  folgender Wert:

<sup>53</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24. Siehe auch in Kapitel 4.2.1 die Vorbemerkung zu Gleich. (14).

<sup>54</sup> Vgl. dazu auch den engl. Wikipedia-Eintrag: [Cavendish experiment](#).

$$G = 6,74 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Gegenüber dem aktuellen Literaturwert von  $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$  beträgt der relative Fehler damit lediglich 0,99 %, ein bemerkenswertes Ergebnis einer in der Tat »physikalischen Pionierleistung ersten Ranges«<sup>55</sup>, die *Cavendish* vor 226 Jahren erbracht hat.

#### 4.2 Cavendishs Bestimmung der Dichte der Erde nach Darstellung von *Carl Ramsauer*

Die einzige, mir bekannte, wissenschaftlich fundierte Darstellung des *Cavendish*-Experiments in deutscher Sprache stammt von *Carl Ramsauer*<sup>56</sup>. Mit sehr viel Akribie hat sich *Ramsauer* mit Erfolg bemüht, die physikalischen Grundlagen und die verstreuten Hinweise in dem Bericht von *Cavendish* zu ordnen und systematisch in einen nachvollziehbaren Zusammenhang zu bringen. Die folgende Darstellung orientiert sich an dieser bemerkenswerten Abhandlung *Carl Ramsauers* aus dem Jahre 1953.<sup>57</sup> Während im vorangegangenen Kapitel ein eher direkter Weg zur Herleitung einer Formel für die Gravitationskonstante  $G$  beschritten wurde, hat *Ramsauer* aus den Formeln für die Drehmomente und die Gravitationskraft die Formeln für die Berechnung der Masse und mittleren Dichte der Erde mit Hilfe der von *Cavendish* gefundenen Resultate begründet. Ohne näher auf seine Vorgehensweise einzugehen, hat er dann abschließend lediglich den Wert der Gravitationskonstante ( $G = 6,71 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ) angegeben, der sich nach seinen Berechnungen „aus der von Cavendish gemessenen Erddichte ergibt.“<sup>58</sup> Wir gehen wie auch *Ramsauer* von folgender Draufsicht-Zeichnung *Cavendishs* aus:

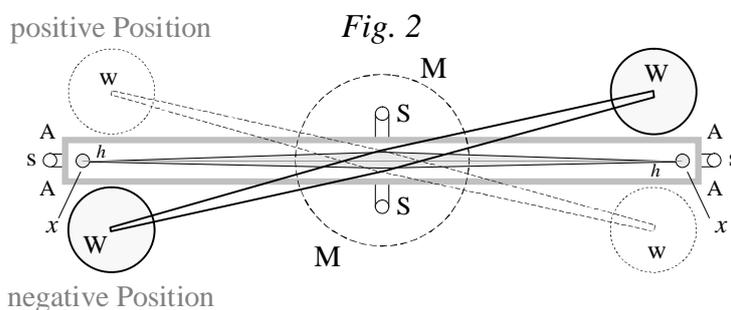


Bild 14: *Cavendishs* Torsiondrehwaage Vektorisierte Draufsicht-Darstellung der *Cavendish*-Zeichnung S. 526, Fig. 2.

Wir werden in der folgenden Abhandlung über die von *Ramsauer* gewählte Vorgehensweise zur Rekonstruktion der *Cavendish*-Berechnungen zur Bestimmung der Erddichte die heute üblichen Formelzeichen und Maßeinheiten verwenden. Die von *Ramsauer* gewählten Symbole und Einheiten sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 5: Die von *Ramsauer* verwendeten Symbole und Einheiten im Vergleich zur heute üblichen Form

Physikalische Größe	<i>Ramsauer</i>		heute üblich	
	Formelzeichen	Maßeinheit	Formelzeichen	Maßeinheit
Pendellänge hh	2 · A	Zoll	L	m
halbe Pendellänge hm	A	Zoll	d	m
Drehwinkel des Pendelarms und des Torsionsdrahts	α	rad	α	°, rad
Periodendauer	2 · τ	sec	T	s
Kraft	K	dyn	F	N
Masse	m	gr	m	kg
Drehmoment	L	dyn · cm	M	Nm
Trägheitsmoment	Θ	gr · cm <sup>2</sup>	J	kg · m <sup>2</sup>
Direktionsmoment	D	dyn · cm	D*	kg · m <sup>2</sup> · s <sup>-2</sup>

<sup>55</sup> So *Ramsauer* über das *Cavendish*-Experiment. Ramsauer (1953), a.a.O., S. 26. Ramsauer gibt für  $G$  folgenden Wert an:  $G = 6,71 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) = 6,71 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/(\text{g} \cdot \text{s}^2)$ . Der aktuelle Literaturwert kann jederzeit hier abgerufen werden: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?bg>.

<sup>56</sup> Vgl. den Wikipedia-Eintrag: [https://de.wikipedia.org/wiki/Carl\\_Ramsauer](https://de.wikipedia.org/wiki/Carl_Ramsauer)

<sup>57</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24 ff.

<sup>58</sup> ebenda, S. 26.

### 4.2.1 Trägheitsmoment des Pendelarms

Das Trägheitsmoment des Pendelarms ist die Summe aus den Trägheitsmomenten der beiden Hälften (je Hälfte  $m_2' \cdot d^2$ ), wobei die wirksame Masse  $m_2'$  gleich der Summe aus Pendelarm-Masse  $m_p$  und der Masse  $m_2$  einer kleinen Kugel ist (Ramsauer, S. 24):

$$J = m_2' \cdot d^2 + m_2' \cdot d^2 = 2 \cdot m_2' \cdot d^2 \quad \text{wobei } m_2' = m_2 + m_p$$

$$J = 2 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d^2 \quad \text{Gleich. (14)}$$

mit  $m_2 = 730 \text{ g}$  (Probemasse) und  $m_p = 26 \text{ g}$  (Pendelarm-Masse) und  $d = L/2 = 93,1 \text{ cm}$  (halbe Pendelarmlänge) gilt:

$$J = 2 \cdot (0,73 \text{ kg} + 0,026 \text{ kg}) \cdot (0,931 \text{ m})^2 = 2 \cdot 0,756 \text{ kg} \cdot 0,867 \text{ m}^2$$

Damit ergibt sich nach Ramsauer für das Trägheitsmoment des Pendelarms:<sup>59</sup>  $J = 1,31 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

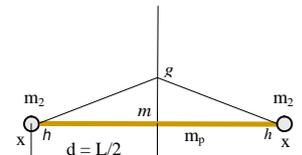


Bild 15: Pendelarm mit den Probmassen in der Seitenansicht

### 4.2.2 Direktionsmoment des Torsionsdrahts

Nach den Daten von Cavendish beträgt die durchschnittliche Dauer einer Halbschwingung:  $\tau = 424,2 \text{ s} = 7,07 \text{ min}$ .<sup>60</sup> Damit lässt sich das Direktionsmoment  $D^*$  des Torsionsdrahts berechnen (Ramsauer, S. 24):

Für die Dauer  $\tau$  einer Halbschwingung gilt:

$$\tau = \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D^*}} \quad \text{Gleich. (15)} \quad \text{bzw. mit } \tau = T/2 \text{ gilt dann: } T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D^*}}$$

daraus folgt für das Direktionsmoment  $D^*$  des Torsionsdrahts:

$$D^* = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2} \quad \text{Gleich. (16)}$$

$$D^* = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1,31 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(2 \cdot 424,2 \text{ s})^2} \Rightarrow D^* = 7,185 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

### 4.2.3 Drehmomente auf den Pendelarm: $M_T$ im Torsionsdraht und $M_G$ durch die Gravitation

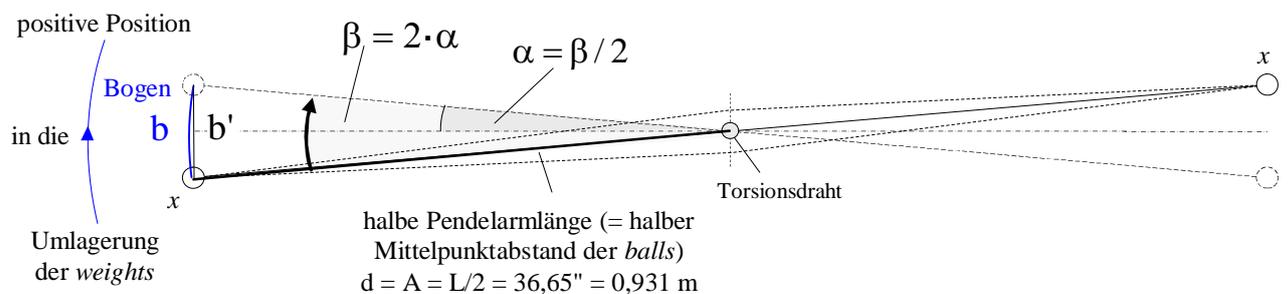


Bild 16: Die Drehwinkel des Pendelarms: Winkel  $\beta$  bei voller Umlagerung der weights z. B. von der negativen in die positive Position ww. Der Torsionswinkel  $\alpha$  geht dabei zunächst bis zur waagerechten Lage auf Null zurück und steigt dann wieder in umgekehrter Richtung wieder auf  $\alpha$  an. Dies entspräche einer Verdrehung des Torsionsdrahtes bei einer Umlagerung der weights von der midway position in die positiv position.

Nicht maßstäbliche Darstellung: Die Winkel sind deutlich größer dargestellt, als sie im realen Experiment waren!

<sup>59</sup> Ramsauer weist auf einen Fehler bei seiner Berechnungsmethode des Trägheitsmomentes des Pendelarms hin: Das Trägheitsmoment „hätte leicht aus der Schwingungsdauer des Systems ohne und mit Zusatz eines bekannten Trägheitsmomentes bestimmt werden können, läßt sich aber auch nachträglich als  $\Theta = 2 \cdot m_2 \cdot A^2$  (mit heutigen Formelzeichen:  $J = 2 \cdot m_2 \cdot d^2$ ) berechnen. Dürfen wir hierbei unterstellen, daß sich die Kugeln xx an ihrem Aufhängefaden frei genug um ihre Vertikalachsen drehen können, so machen wir keinen Fehler. Trifft dies nicht zu, so machen wir nach dem Steinerschen Satz grundsätzlich einen Fehler, welcher aber unter 1% liegt und übrigens von Cavendish selbst bei seiner Methode, das schwingende System als mathematisches Pendel zu behandeln, ebenfalls gemacht wird.“ Ramsauer gibt das Trägheitsmoment wie folgt an:  $J = 13,1 \cdot 10^6 \text{ gr} \cdot \text{cm}^2$ . Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24.

<sup>60</sup> Mittelwert der „Time vib.“ in Spalte 5 für die Exper. 4 bis 17 (mit steiferem Draht). Siehe Tabelle 1 und Cavendish (1798), a.a.O., S. 520.

Die Berechnung des Pendelarmausschlages und des Drehwinkels bei „voller Umlagerung der großen Kugeln“<sup>61</sup> wird ausführlich erläutert im Anhang [Kapitel A3. c)].

Das Torsionsdrehmoment  $M_T$  in dem um den Torsionswinkel  $\alpha$  verdrehten Torsionsdraht kann jetzt berechnet werden (Ramsauer, S. 24):

$$M_T = D \cdot \alpha \quad \text{Gleich. (17)}$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{7,88 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}{2} \Rightarrow \underline{\alpha = 3,94 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,00394 \text{ rad}}$$

$$M_T = 7,19 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot 3,94 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \underline{M_T = 2,83 \cdot 10^{-7} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}} \quad \text{bzw.} \quad \underline{M_T = 2,83 \cdot 10^{-7} \text{ Nm} = M_G}$$

#### 4.2.4 Gravitationskraft $F_G$ zwischen großer Kugel $m_1$ (*weight*) und kleiner Kugel $m_2$ (*ball*)

$$M_G = (F_G + F_T) \cdot d, \text{ da } F_T = F_G \text{ gilt auch gemäß Gleich. (5)}$$

$$M_G = 2 \cdot F_G \cdot d \quad \text{Gleich. (18)}$$

Daraus ergibt sich für die auf jede der kleinen Kugeln ausgeübte Gravitationskraft  $F_G$  (bzw.  $K$ ):

$$F_G = \frac{M_G}{2 \cdot d} \quad \text{Gleich. (19)}$$

$$F_G = \frac{2,83 \cdot 10^{-7} \text{ Nm}}{2 \cdot 0,931 \text{ m}} \Rightarrow \underline{F_G = 1,52 \cdot 10^{-7} \text{ N} (= 0,0152 \text{ dyn})}$$

#### 4.2.5 Masse und Dichte der Erde

Gravitationskraft  $F_G'$  der Masse  $M_E$  der Erde auf die kleine Kugel  $m_2$  gemäß Gravitationsgesetz:

$$F_G' = G \cdot \frac{M_E \cdot m_2}{R_E^2} \quad \text{Gleich. (20)}$$

$F_G'$  ist zugleich auch die Gewichtskraft  $F_G'$  der kleinen Kugel (2. Newton-Axiom). Daher gilt auch:

$$F_G' = m_2 \cdot g = 0,729 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F_G' = 7,15 \text{ N} (= 715 \cdot 10^3 \text{ dyn}) \quad \text{Gleich. (21)}$$

Gravitationskraft  $F_G$  der Masse  $m_1$  der großen Kugel auf die kleine Kugel  $m_2$  im *Cavendish*-Experiment gemäß Gravitationsgesetz:

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad F_G = 6,71 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{158 \text{ kg} \cdot 0,729 \text{ kg}}{(0,225 \text{ m})^2} \quad \text{Gleich. (22)}$$

$$F_G = 1,527 \cdot 10^{-7} \text{ N} = 1,527 \text{ nN}$$

Zum Vergleich der Wert von *Ramsauer* (S. 24):  $F_G = 0,0152 \text{ dyn}$

Setzt man die auf die kleinen Kugeln wirkenden Gravitationskräfte  $F_G'$  und  $F_G$  gemäß Gleich. (20) und Gleich. (22) ins Verhältnis, so ergibt sich:

$$\frac{F_G'}{F_G} = \frac{G \cdot \frac{M_E \cdot m_2}{R_E^2}}{G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}} = \frac{M_E \cdot r^2}{m_1 \cdot R_E^2} \quad \text{Gleich. (23)}$$

<sup>61</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24 (oben Punkt 1). Vgl. auch S. 23 vorletzter Absatz.

Dieser Rechenschritt macht deutlich, warum *Cavendish* auf die Gravitationskonstante  $G$  verzichten konnte. Daraus folgt mit den Daten von *Ramsauer* für die Masse  $M_E$  der Erde:

$$M_E = \frac{F_G'}{F_G} \cdot m_1 \cdot \frac{R_E^2}{r^2} \tag{24}$$

$$M_E = \frac{7,15 \text{ N}}{1,52 \cdot 10^{-7} \text{ N}} \cdot 158 \text{ kg} \cdot \frac{(6370000 \text{ m})^2}{(0,225 \text{ m})^2} \Rightarrow M_E = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Für die mittlere Dichte der Erde ergibt sich daraus:

$$\rho_E = \frac{M_E}{V_E} = \frac{5,96 \cdot 10^{27} \text{ g}}{1,08 \cdot 10^{27} \text{ cm}^3} \Rightarrow \underline{\rho_E = 5,52 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}} \tag{25}$$

Auch hier lässt sich gegenüber dem aktuellen Literaturwert von  $5,514 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  eine bemerkenswert geringe Abweichung von 0,2% konstatieren.<sup>62</sup> Das gilt auch für den von *Cavendish* angegebenen Mittelwert aus seinen Messungen mit dem steiferen Draht von  $5,48 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  (*Cavendish*, S. 521) mit einer Abweichung von 0,54%. *Cavendish* selbst ging seinerzeit davon aus, dass sich der wahre Wert der mittleren Dichte der Erde um höchstens 1/14 (das wären ca. 7 %) von dem von ihm ermittelten Wert von  $5,48 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  unterscheidet.<sup>63</sup>

### 4.3 Rekonstruktion der *Cavendish*-Formel zur Berechnung der Dichte der Erde

Wie im Kapitel 2 angekündigt, wollen wir im Folgenden versuchen, die von *Cavendish* in Form der Gleichungen (1) und (2) verwendeten Formeln zur Berechnung der mittleren Dichte der Erde nach den heute üblichen Standards zu rekonstruieren. Wir gehen auch hier wieder von folgenden Beobachtungsdaten *Cavendishs* aus:<sup>64</sup>

Tabelle 6: Die von *Cavendish* verwendeten Daten zur Berechnung der mittleren Dichte der Erde

Feldmassen <i>weights</i>	Probmassen <i>balls</i>	Pendelarm-Masse	Abstand der Massen	Halbschwingung	Drehpendel-Radius
$m_1 = 158 \text{ kg}$ [S. 510]	$m_2 = 0,729 \text{ kg}$ [S. 513]	$m_P = 0,026 \text{ kg}$ [S. 510]	$r = 0,225 \text{ m}$ [S. 510]	$\tau = 424 \text{ s}$ [S. 520]*	$d = 0,931 \text{ m}$ [S. 509]
Skalenkreis-Radius	Skalenfaktor	Drehwinkel (Torsion)	Drehwinkel (Pendelarm)	Pendelarm-Ausschlag	Kreiszahl
$r_{sk} = 38,3 \text{ Zoll}$ [S. 509]	$K = 0,05 \text{ Zoll/Skt}$ [S. 473]	$\alpha = 3,94 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ [***]	$\beta = 7,88 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ [***]	$b = 6,036 \text{ Skt}$ [S. 520]*	$\pi = 3,14$ [**]
Erdbeschleunigung	Erdkugel-Radius				
$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ [**]	$R_E = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ [S. 510]				

Eckige Klammern: Seiten bei *Cavendish* (1798), a.a.O. \*Mittelwerte der Exper. 4.-17. \*\**Ramsauer* (1953), a.a.O., S. 24 f. \*\*\* Eigene Berechnungen

#### 4.3.1 Herleitung der *Cavendish*-Formel für die Berechnung der mittleren Dichte der Erde

Auch hier gehen wir bei Berechnungen der Pendelarmbewegungen wie im Kapitel 4.2 von der Voraussetzung aus, dass zum Start des Versuchs eine „volle Umlagerung der großen Kugeln“<sup>65</sup> stattfindet.

Grundsätzlich kann die mittlere Dichte der Erde wie folgt berechnet werden:

$$\rho_E = \frac{M_E}{V_E} \tag{26}$$

Wir setzen für die Masse der Erdkugel Gleich. (24) ein:

$$M_E = \frac{F_G'}{F_G} \cdot m_1 \cdot \frac{R_E^2}{r^2} \tag{27}$$

und für für das Erdkugelvolumen:

$$V_E = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_E^3 \tag{28}$$

<sup>62</sup> Wikipedia-Eintrag „Erde“: <https://de.wikipedia.org/wiki/Erde>

<sup>63</sup> *Cavendish* (1798), a.a.O., S. 522 und S. 520 die von *Cavendish* aus jedem Einzelversuch ermittelten Dichte-Werte.

<sup>64</sup> Vgl. Tabelle 4 , *Ramsauer* (1953), a.a.O., S. 24 und Anhang, Kapitel A3 c.

<sup>65</sup> *Ramsauer* (1953), a.a.O., S. 24 (oben Punkt 1) und S. 23 vorletzter Absatz. Vgl. auch Kapitel A3. im Anhang.

Mit Gleich. (27) und (28) ergibt sich für die mittlere Dichte der Erde:

$$\rho_E = \frac{F_G' \cdot m_1 \cdot R_E^2 \cdot 3}{F_G \cdot r^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_E^3} \quad \text{Gleich. (29)}$$

mit  $F_G' = m_2 \cdot g$  (Gleich. 21) und  $F_G = \frac{M_G}{2 \cdot d}$  (Gleich. 19) ergibt sich:

$$\rho_E = \frac{m_2 \cdot g \cdot m_1 \cdot R_E^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot d}{M_G \cdot r^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_E^3} \quad \text{Gleich. (30)}$$

und mit  $M_G = M_T = D^* \cdot \alpha$  gemäß Gleich. (17):

$$\rho_E = \frac{m_2 \cdot g \cdot m_1 \cdot R_E^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot d}{D^* \cdot \alpha \cdot r^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_E^3} \quad \text{Gleich. (31)}$$

Für  $D^*$  gilt gem. Gleich. (16):  $D^* = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot J}{T^2}$ . Mit  $T = 2 \cdot \tau$  folgt für das Direktionsmoment:  $D^* = \frac{\pi^2 \cdot J}{\tau^2}$ .

Mit dem Trägheitsmoment des Pendelarms  $J = 2 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d^2$  gemäß Gleich. (14), ergibt sich für das Direktionsmoment:

$$D^* = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d^2}{\tau^2} \quad \text{Gleich. (32)}$$

Wird für  $D^*$  in Gleich. (31) die Gleich. (32) eingesetzt, so gilt:

$$\rho_E = \frac{m_2 \cdot g \cdot m_1 \cdot 3 \cdot d \cdot \tau^2}{\pi^2 \cdot 2 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d^2 \cdot \alpha \cdot r^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_E} \quad \text{Gleich. (33)}$$

Nach Kürzen verbleibt für die Berechnung der mittleren Erddichte mit den Daten des *Cavendish*-Experiments:

$$\rho_E = \frac{m_2 \cdot g \cdot m_1 \cdot 3 \cdot \tau^2}{\pi^3 \cdot 4 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d \cdot \alpha \cdot r^2 \cdot R_E} \quad \text{Gleich. (34)}$$

Setzt man die in [Tabelle 6](#) zusammengestellten Daten des *Cavendish*-Experiments in Gleich. (34) ein, so lässt sich für die mittlere Dichte der Erde folgender Wert berechnen:

$$\rho_E = \frac{0,729 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 158 \text{ kg} \cdot 3 \cdot (424 \text{ s})^2}{3,14^3 \cdot 4 \cdot (0,729 + 0,026) \text{ kg} \cdot 0,931 \text{ m} \cdot 0,00394 \text{ rad} \cdot (0,225 \text{ m})^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} \quad \text{Gleich. (34 a)}$$

$$\underline{\underline{\rho_E = 5,51 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \quad \text{Oder mit Einheiten und Rundungen wie bei Ramsauer: } \rho_E = 5,51 \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Zur Erinnerung: Der aktuelle Literaturwert beträgt  $5,514 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  und so lässt sich auch hier eine bemerkenswert geringe Abweichung von weniger als 0,1 % konstatieren.

Setzt man für den Ausschlagwinkel  $\alpha = \frac{\beta}{2} = b \cdot \frac{K}{r_{SK}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{b \cdot K}{r_{SK} \cdot 2}$  (siehe dazu Anhang, Kapitel A3. c), so folgt daraus als Formel zur Berechnung der mittleren Erddichte:

$$\rho_E = \frac{m_2 \cdot g \cdot m_1 \cdot 3 \cdot \tau^2 \cdot r_{SK} \cdot 2}{\pi^3 \cdot 4 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d \cdot b \cdot K \cdot r^2 \cdot R_E} \quad \text{Gleich. (35)}$$

Mit Hilfe der Gleich. (35) lässt sich mit den in die *Conclusion*-Tabelle in jeder Zeile eingetragenen Werte für die Halbschwingungsdauer  $\tau$  und und die Bogenlänge  $b$  sowie mit den Konstruktionsdaten der *Cavendish*s-Apparatur die mittlere Erddichte für jeden Einzelversuch berechnen.<sup>66</sup>

<sup>66</sup> Mit welchen Werten für die Halbschwingungsdauer  $\tau$  und die Bogenlänge  $b$  *Cavendish* seine *Density*-Werte in Spalte 7 berechnet hat, wird näher erläutert in unseren Hinweisen zur *Conclusion*-Tabelle im Anhang (Kapitel A4.).

Dies gilt gemäß unserer Voraussetzung allerdings nur für jene Versuche, in denen zu Beginn des Versuchs eine volle Umlagerung der *weights* von Position - to + oder von Position + to - vorausgegangen war (*Conclusion*-Tabelle: Zeilen 8 bis 11, 13 und 15 sowie 17-29) und bei denen ein steiferer Torsionsdraht verwendet wurde. Mit den von uns berechneten Mittelwerten aus den von *Cavendish* in seiner *Conclusion*-Tabelle eingetragenen Messwerten für die Halbschwingungsdauer in Spalte 5 (Mittelwert  $\tau = 424$  s) und den Bogenwert in Spalte 3 (Mittelwert  $b = 6,036$  Skt) ergibt sich für die mittlere Dichte der Erde<sup>67</sup>:

$$\rho_E = \frac{0,729 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 158 \text{ kg} \cdot 3 \cdot (424 \text{ s})^2 \cdot 38,3 \text{ Zoll} \cdot 2}{3,14^3 \cdot 4 \cdot (0,729 + 0,026) \text{ kg} \cdot 0,931 \text{ m} \cdot 6,036 \text{ Skt} \cdot 0,05 \frac{\text{Zoll}}{\text{Skt}} \cdot (0,225 \text{ m})^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} \quad \text{Gleich. (36)}$$

$$\underline{\underline{\rho_E = 5,51 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \quad \text{Mit heute üblichen Einheiten ergibt sich: } \rho_E = 5,51 \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die bei jeder Messung jeweils konstanten Größen  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_p$ ,  $g$ ,  $r_{sk}$ ,  $K$  und  $\pi$  lassen sich zusammenfassen und es kann so der folgende Faktor berechnet werden:

$$\rho_E = \frac{0,729 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 158 \text{ kg} \cdot 3 \cdot 38,3 \text{ Zoll} \cdot 2}{3,14^3 \cdot 4 \cdot (0,729 + 0,026) \text{ kg} \cdot 0,931 \text{ m} \cdot 0,05 \frac{\text{Zoll}}{\text{Skt}} \cdot (0,225 \text{ m})^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} \cdot \frac{\tau^2}{b} \quad \text{Gleich. (37)}$$

$$\rho_E = 0,185 \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{Skt}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \frac{1}{5,405} \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{Skt}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} \quad \text{bzw. mit der heute üblichen Maßeinheit } \text{g/cm}^3$$

$$\boxed{\rho_E = 1,85 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{g} \cdot \text{Skt}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}^2}} \quad \text{oder in der } \textit{Cavendish}\text{-Form: } \boxed{\rho_E = \frac{1}{5405} \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{g} \cdot \text{Skt}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}^2}} \quad \text{Gleich. (38)}$$

Für die Versuche, bei denen einerseits der weniger steifer Torsionsdraht (mit doppelt so hoher Amplitude und Halbschwingungsdauer) verwendet wurde und andererseits nur eine halbe Umlagerung der *weights* jeweils aus der *midway*-Position in die positive oder negative Position vorausgegangen war (*Conclusion*-Tabelle: Zeilen 1 bis 6), musste *Cavendish* die Berechnungsformel für diese Versuche mit dem Faktor  $\frac{1}{2} = 0,5$  wie folgt anpassen:<sup>68</sup>

$$\boxed{\rho_E = \frac{m_2 \cdot g \cdot m_1 \cdot 3 \cdot (\tau \cdot 0,5)^2 \cdot A_{sk} \cdot 2}{\pi^3 \cdot 4 \cdot (m_2 + m_p) \cdot d \cdot (b \cdot 0,5) \cdot K \cdot r^2 \cdot R_E}} \quad \text{Gleich. (39)}$$

Auch hier lassen sich die bei jeder Messung jeweils konstanten Größen  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_p$ ,  $g$ ,  $r_{sk}$ ,  $K$  und  $\pi$  zusammenfassen und es kann so der folgende Faktor berechnet werden::

$$\rho_E = \frac{0,729 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 158 \text{ kg} \cdot 3 \cdot (0,5)^2 \cdot 38,3 \text{ Zoll} \cdot 2}{3,14^3 \cdot 4 \cdot (0,729 + 0,026) \text{ kg} \cdot 0,931 \text{ m} \cdot (0,5) \cdot 0,05 \frac{\text{Zoll}}{\text{Skt}} \cdot (0,225 \text{ m})^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}} \cdot \frac{\tau^2}{b} \quad \text{Gleich. (40)}$$

$$\rho_E = 0,0925 \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{Skt}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} \quad \text{bzw. mit der heute üblichen Maßeinheit } \text{g/cm}^3$$

$$\boxed{\rho_E = 9,25 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{g} \cdot \text{Skt}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}^2}} \quad \text{oder in der } \textit{Cavendish}\text{-Form: } \boxed{\rho_E = \frac{1}{10811} \cdot \frac{\tau^2}{b} \cdot \frac{\text{g} \cdot \text{Skt}}{\text{cm}^3 \cdot \text{s}^2}} \quad \text{Gleich. (41)}$$

Im folgenden Kapitel sollen die in Form der Gleichungen (38) und (41) rekonstruierten Befunde verglichen werden mit den von *Cavendish* in seinem Bericht für die Berechnung der mittleren Erddichte aufgestellten und verwendeten Formeln. Wir gehen dabei noch einmal zurück auf die eingangs im Kapitel B.2. unter der Überschrift „*Cavendish*s Formel zur Berechnung der Erddichte“ dokumentierten Berechnungsformeln.

<sup>67</sup> Vgl. auch hier die Hinweise im Anhang (Kapitel A4.).

<sup>68</sup> Die Anwendung der Gleich. (38) auch auf die Versuche in den Zeilen 7, 12, 14 und 16 war notwendig, obwohl auch hier ein steiferer Draht wie in den Versuchen der Zeilen bis 11, 13 und 15 sowie 17-29 verwendet wurde, allerdings war hier jedem Versuchsstart lediglich eine halbe Umlagerung der *weights* von der *midway*-Position aus vorausgegangen. Rein rechnerisch ergibt sich dadurch für diese Fälle die gleiche Formel wie bei den Versuchen mit weniger steifem Torsionsdraht. Vgl. dazu Kapitel A4. im Anhang.

### 4.3.2 *Original* versus *Rekonstruktion* der *Cavendish*-Formel zur Berechnung der Erddichte

Als *Original* bezeichnen wir jene Formel, die *Cavendish* in seinem Bericht auf Seite 517 für die Berechnung der mittleren Erddichte angegeben hat. Hingegen bezeichnen wir die von uns im Kapitel 4.3.1 hergeleitete Formel als *Rekonstruktion* der *Cavendish*-Formel.

Die hier als *Original* bezeichnete Formel (siehe [Gleich. \(1\)](#) im Kapitel B. 2.) hat *Cavendish* zur Berechnung seiner *Density*-Werte in der *Conclusion*-Tabelle auf jene Versuche angewendet, bei denen eine Umlagerung der *weights* jeweils aus der *midway*-Position in die positive oder negative Position vorausgegangen ist, also von m. to + oder m. to - bzw. von + to m. oder - to m. (*Conclusion*-Tabelle Zeilen 1 bis 6 mit dem weniger steifen Draht), aber auch auf die Versuche in den Zeilen 7, 12, 14 und 16 mit dem steiferen Draht<sup>69</sup>. Zur Erinnerung:

$$D = \frac{1}{10844} \cdot \frac{N^2}{B} \quad \text{Gleich. (1)} \quad \text{bzw.} \quad D = 9,222 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{N^2}{B}$$

*Cavendish*s Formelzeichen in der heute üblichen Form:  $D = \rho_E \quad N = \tau \quad B = b$

Das *Original* lässt sich demnach auch wie folgt schreiben:

- [Gleich. \(1\)](#) mit heutigen Formelzeichen:  $\rho_E = \frac{1}{10844} \cdot \frac{\tau^2}{b}$  bzw.  $\rho_E = 0,0922 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\tau^2}{b}$

Im Kapitel 4.3.1 hatten wir folgende *Rekonstruktion* der *Cavendish*-Formel hergeleitet:

- [Gleich. \(41\)](#) zum Vergleich ohne Maßeinheiten:  $\rho_E = \frac{1}{10811} \cdot \frac{\tau^2}{b}$  bzw.  $\rho_E = 0,0925 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\tau^2}{b}$

Die Zahlenwert-Abweichung der von *Cavendish* angegebenen Gleich. (1) gegenüber der in Kapitel 4.3.1 rekonstruierten Gleich. (41) von weniger als 0,2% dürfte hauptsächlich aus unterschiedlichen Rundungskriterien resultieren.

Für die Anwendung auf jene Versuche, in denen zu Beginn des Versuchs eine volle Umlagerung der *weights* von Position - to + oder von + to - vorausgegangen war (*Conclusion*-Tabelle: Zeilen 8 bis 11, 13 und 15 sowie 17-29) musste *Cavendish* das oben als Gleich. (1) angegebene *Original* seiner Formel mit dem Faktor  $1/0,5 = 2$  multiplizieren (siehe Kapitel B. 2.).<sup>70</sup> Daraus folgt die bereits bekannte Gleich. (2):

$$D = \frac{1}{5422} \cdot \frac{N^2}{B} \quad \text{Gleich. (2)} \quad \text{bzw.} \quad D = 1,844 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N^2}{B}$$

Das *Original* in dieser modifizierten Form lässt sich mit den heute üblichen Formelzeichen auch wie folgt schreiben:

- [Gleich. \(2\)](#) mit heutigen Formelzeichen:  $\rho_E = \frac{1}{5422} \cdot \frac{\tau^2}{b}$  bzw.  $\rho_E = 0,1844 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\tau^2}{b}$

Im Kapitel 4.3.1 hatten wir folgende *Rekonstruktion* dieser Formel hergeleitet:

- [Gleich. \(38\)](#) zum Vergleich ohne Maßeinheiten:  $\rho_E = \frac{1}{5405} \cdot \frac{\tau^2}{b}$  bzw.  $\rho_E = 0,185 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\tau^2}{b}$

Auch hier dürfte die Zahlenwert-Abweichung der von *Cavendish* angegebenen Gleich. (2) gegenüber der in Kapitel 4.3.1 rekonstruierten Gleich. (38) von weniger als 0,2% aus unterschiedlichen Rundungskriterien resultieren.

<sup>69</sup> Die Anwendung der Gleich. (1) auch auf die Versuche in den Zeilen 7, 12, 14 und 16 war notwendig, obwohl auch hier ein steiferer Draht verwendet wurde, allerdings war hier jedem Versuchsstart lediglich eine halbe Umlagerung der *weights* von der *midway*-Position aus vorausgegangen. Rein rechnerisch ergibt sich dadurch die gleiche Formel wie bei den Versuchen mit weniger steifem Torsionsdraht. Vgl. dazu Kapitel A4. im Anhang.

<sup>70</sup> Dies lässt sich anhand einer Nachberechnung der *Density*-Werte in der *Conclusion*-Tabelle zeigen, aber auch an den Nachberechnungen von Baily (1843), a.a.O., S. 91. Damit hat *Cavendish* sowohl der Verwendung eines steiferen Drahtes als auch der Tatsache Rechnung getragen, dass dadurch in den Fällen der Umlagerung aus der *midway*-Position, die Pendelarmauslenkung *B* auf die Hälfte reduziert wurde (in den Versuchen der Zeilen 7, 12, 14 und 16). Vgl. auch Kapitel B. 4.3.1 Gleich. (34), (34a), (36) und (39).

### 4.3.3 Berechnung der *Gravitationskonstanten* $G$ mit Hilfe der Erddichte von *Cavendish*

Der Vollständigkeit halber soll abschließend noch gezeigt werden, wie sich mit Hilfe der von *Cavendish* ermittelten Erddichte die Gravitationskonstante  $G$  bestimmt werden kann.

Aus der Gleichsetzung der Gleich. (20)  $F_G' = G \cdot \frac{M_E \cdot m_2}{R_E^2}$  und Gleich. (21)  $F_G' = m_2 \cdot g$  folgt:

$$G \cdot \frac{M_E \cdot m_2}{R_E^2} = m_2 \cdot g \Rightarrow G = \frac{g \cdot R_E^2}{M_E} \quad \text{mit } M_E = V_E \cdot \rho_E$$

$$G = \frac{g \cdot R_E^2}{V_E \cdot \rho_E} \quad \text{mit } V_E = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_E^3 \Rightarrow G = \frac{g \cdot R_E^2}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_E^3 \cdot \rho_E}$$

Damit ergibt sich für die Gravitationskonstante folgende Formel:

$$G = \frac{g \cdot 3}{4 \cdot \pi \cdot R_E \cdot \rho_E} \quad \text{Gleich. (42)}$$

Setzen wir die Werte  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  und  $R_E = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  sowie für die Erddichte das in Kapitel 4.3.1 (Gleich. 36) angegebene Ergebnis  $\rho_E = 5,51 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  in die Gleich. (42) ein, so ergibt sich für die Gravitationskonstante  $G$  folgender Wert:

$$G = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3}{4 \cdot \pi \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 5,51 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow G = 6,6758 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Gegenüber dem aktuellen Literaturwert von  $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$  beträgt der relative Fehler damit weniger als 0,1 %.

## 5. Kritische Nachbetrachtung

### a) Zur Literatur- und Quellenlage

Anlass für die vertiefende Betrachtung im Kapitel B war die relativ desolate Literatur- und Quellenlage im deutschsprachigen Raum bezüglich des Berichts von *Henry Cavendish* aus dem Jahre 1798 über das nach ihm benannte Experiment über die Gravitation zwischen zwei irdischen Körpern in Laborgröße. Der erste deutschsprachige Bericht ist 1799 in den *Annalen der Physik* erschienen. Es handelt sich um eine nur sehr bedingt text- und seitengetreue Übersetzung und Kommentierung von *Ludwig Wilhelm Gilbert*, seinerzeit Professor an der Universität zu Halle, später in Leipzig.<sup>71</sup> Vor allem die Erläuterung der mathematischen und physikalischen Formen sind in dieser Übersetzung wenig hilfreich, auch wenn sie den Standards der damaligen Zeit durchaus entsprochen haben mögen.

Zwischenbemerkung: Das Problem der *Cavendish*-Rezeption hat mit einigen Eigenheiten der Darstellungen *Cavendishs* selbst zu tun. *Cavendish* hat sehr präzise und anschaulich den Aufbau und die Handhabung seiner Apparatur auf der Grundlage detailreicher und maßstäblicher Zeichnungen beschrieben. Präzise ist auch seine Dokumentation der Messergebnisse sowie die differenzierte Darstellung der bei der Durchführung des Versuchs aufgetretenen Probleme. Die *Conclusion*-Tabelle ist eine hervorragende Zusammenfassung seiner Versuchsergebnisse in kompakter Form, auch wenn hier einige Einträge durchaus Irritationen bewirken können. Daher haben wir im Anhang im Kapitel A4. noch einige Erläuterungen hinzugefügt.

Wenn man jedoch versucht, die Verfahren zur Berechnung der in der letzten Spalte eingetragenen Werte für die mittlere Erddichte herauszufinden, beginnen die Schwierigkeiten. Es liegt nicht allein daran, dass *Cavendish* mit Proportionen arbeitete und für Herleitungen mathematisch-physikalischer Zusammenhänge keine gleichungsbasierte Formen verwendete, sondern eher daran, dass er die seiner Forschung zugrundeliegenden physikalischen Prinzipien und deren historische Voraussetzungen nur unzureichend benennt. So fehlt in dem gesamten Bericht ein expliziter Hinweis auf die Newtonsche Theorie der Mechanik und hier insbesondere auf das Gravitationsgesetz. Das ist für jene befremdlich, die in dem *Cavendish*-Experiment außer dem Nachweis, dass die Gravitation auch bei irdischen Körpern im Labormaßstab wirksam ist, in erster Linie das Bemühen sehen, dass *Cavendish* anknüpfend an das Newtonsche

<sup>71</sup> Gilbert, Ludwig Wilhelm (Hrsg.): Versuche, um die Dichtigkeit der Erde zu bestimmen von Henry Cavendish, erläutert und übersetzt vom Herausgeber, in: *Annalen der Physik*, Zweiter Band, Erstes Stück, Halle 1799 (Rengersche Buchhandlung). Digitalisierte Version: [Annalen der Physik Zweiter Band 1799](https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Wilhelm_Gilbert). Zu *Gilbert* vgl. auch: [https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig\\_Wilhelm\\_Gilbert](https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Wilhelm_Gilbert)

Gravitationsgesetz einen Weg gesucht habe, die für dessen empirische Anwendung erforderliche Gravitationskonstante  $G$  zu finden. Das war aber gar nicht *Cavendishs* Anliegen. Die Anregung zu seinem Experiment stammte aus seinem wissenschaftlichen Umfeld. Die Apparatur hatte sein Freund und Kollege aus der *Royal Society* konstruiert: *John Michell*, ein Geologe, der als Begründer der Erdbebenforschung gilt. So ist es denn auch verständlich, dass weder *Michell* noch *Cavendish* selbst die Gravitationskonstante in den Blick genommen hatten. *Cavendish* wollte bekanntlich einzig und allein die mittlere Dichte der Erde bestimmen. Und so hat er zur Erweiterung seiner experimentellen Basis die Konstruktion *Michells* zu einem funktionsfähigen und messtechnisch hinreichend geeigneten Experimentiergerät weiterentwickelt. Die Beobachtungsdaten in der *Conclusion*-Tabelle zeugen von einer erfolgreichen Versuchsdurchführung zur Gewinnung der für die Berechnung der mittleren Erddichte notwendigen Daten. Wie er zu der dafür erforderlichen Berechnungsformel gekommen ist, lässt sich aus seinen mathematischen Darstellungen nicht so ohne weiteres erschließen. Dass er begrifflich auf dem Stand der damaligen *Newton*-Rezeption war, wird durch seine verstreuten Hinweise auf die von *Newton* in seinen *Principia* definierten und begründeten Begriffe der Bewegung und ihrer Ursachen, wie Kraft und Trägheit, durchaus belegt. Irritierend ist allerdings, dass *Cavendish* an keiner Stelle seines Berichts explizit Bezug nimmt auf die von *Newton* in dem letzten Kapitel seiner *Principia* in der Abhandlung „Ueber das Weltsystem“ formulierte proportionale Beziehung zwischen der Gravitationskraft, den sich wechselseitig anziehenden Massen und dem Quadrat ihres Mittelpunktabstandes. Er gibt hier zwar keine Formel an, definiert aber sehr präzise mit Worten: „Die bewegende Kraft, durch welche jede beliebige Kugel gegen eine andere hingezogen wird ... verhält sich wie das Produkt der in jeder der beiden Kugeln enthaltenen Materie, dividiert durch das Quadrat des Abstandes zwischen beiden Mittelpunkten“<sup>72</sup>.

Die zweite, mir bekannte deutschsprachige Abhandlung über *Cavendishs* Versuch stammt von dem hier aus guten Gründen schon mehrfach zitierten Berliner Physik-Professor *Carl Ramsauer*. *Ramsauer* hat 1953 in einem lesenswerten Buch über „Grundversuche in der Physik in historischer Darstellung“ mathematisch und physikalisch sehr präzise den Bericht von *Cavendish* in die heute übliche Form gebracht. Dadurch wurden eine Fülle von Überlegungen zu den hier dokumentierten Darstellungen angeregt.

Von den jüngeren englischsprachigen Publikationen zum *Cavendish*-Experiment ist besonders die des belgischen Philosophie-Professors *Steffen Ducheyne* von der Universität Brüssel hervorzuheben. Sein Beitrag richtet sich in erster Linie an „Lehrer und Dozenten der Physik und Wissenschaftsgeschichte“. Ihnen soll gezeigt werden, dass eine „historisch sensible Rekonstruktion des *Cavendish*-Experiments einen Gewinn für den unterrichtlichen Kontext bringen kann“.<sup>73</sup> Diesen Anspruch kann *Ducheyne* nach meinem Eindruck nur sehr bedingt einlösen. Der Lektüre seines 2011 erschienen Aufsatzes *The Cavendish Experiment as a Tool for Historical – Understanding of Science* verdanken wir zwar die Bestätigungen einiger Annahmen unserer eigenen Recherchen. Allerdings erfüllt diese Abhandlung nicht alle Erwartungen, zumindest nicht in der von uns erhofften Klarheit, denn *Ducheyne* beschränkt sich nach eigenem Bekunden auf eine „historische Rekonstruktion“<sup>74</sup>. Dabei bleiben wesentliche physikalische Bestimmungen auf der Strecke. Unsere Bedenken beginnen damit, dass *Ducheyne* in seiner Rückschau auf die Newtonsche Gravitationstheorie behauptet, von der Gleichung  $F = G \cdot m \cdot m' \cdot r^{-2}$  sei in „Newtons Principia ... keine Spur zu finden.“<sup>75</sup> Wie wir weiter oben zeigen konnten, wird hier übersehen, dass *Newton* diese Beziehung so präzise mit Worten formuliert hat<sup>76</sup>, dass der Inhalt der heute üblichen Formeldarstellung des Gravitationsgesetzes durchaus erkennbar ist.

Deshalb bleibt die insbesondere die in diesem Nachtrag in den Mittelpunkt gerückte Frage nach der mathematischen und physikalischen Herleitung und Begründung der von *Cavendish* verwendeten Formel für die Berechnung der mittleren Dichte der Erde bei *Ducheyne* trotz der insgesamt sehr gründlichen Recherche leider unbeantwortet. *Ducheyne* hat die von *Cavendish* in dessen Bericht zweifelsfrei und in aller Klarheit angegebene Formel zwar erwähnt, aber nicht –wie zwischendurch angekündigt– gemäß der modernen Physik „gleichungsbasiert“ hergeleitet.<sup>77</sup> Zudem ist die von *Ducheyne* geforderte Nähe zum Original unter didaktischen Gesichtspunkten nicht ohne Tücken. Wie bereits angedeutet, lässt eine Lektüre des Originaltextes von *Cavendish* die dem Experiment zugrunde liegenden physikalischen Prinzipien, nämlich die der Newtonschen Mechanik und Gravitationstheorie, nicht explizit erkennen. Daher sind aus didaktischen Erwägungen umfassendere Erläuterungen in Form Lerngruppenadäquater Begleittexte in aktueller Fach- und Formelsprache unerlässlich. Gleichwohl ist die Einschätzung *Ducheyne* zutreffend, wenn er her

<sup>72</sup> Newton, a.a.O., S. 530 (Zitat orthographisch aktualisiert, J.S.). Oder als Formel:  $F \sim \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$

<sup>73</sup> Ducheyne (2011), a.a.O., S. 1, (Übersetzung sic). Wörtlich heißt es dort: „In this paper, which is primarily intended for teachers and lecturers in Physics and History of Science, it will be shown that much can be gained from a historically sensitive reconstruction of the Cavendish Experiment in an educational context.“

<sup>74</sup> ebenda, S. 1.

<sup>75</sup> ebenda, S. 3. Wörtlich heißt es bei *Ducheyne*: „In other words, in Newton's Principia no trace can be found of the equation  $F = \frac{G \cdot m \cdot m'}{r^2}$ .“

<sup>76</sup> Newton, a.a.O., S. 530.

<sup>77</sup> ebenda, S. 3 und 14. *Cavendish* gibt seine Formel auf S. 517 an: „D is really equal to ...  $\frac{N^2}{10\ 844 \cdot B}$ “. Die exemplarische Anwendung dieser Formel auf eine der Eintragungen in der *Conclusion*-Tabelle (Zeile 2, Tabelle 1) wird von *Ducheyne* nur in einer Fußnote (S. 15, Fußnote 32) erwähnt. Dass ihm dabei ein Übertragungsfehler (statt „859“ müsste es „895“ heißen!) unterlaufen ist, hat für diese Kritik keine Relevanz.

vorhebt, das *Cavendish*-Experiment sei zum einen »ein anschauliches Beispiel dafür, wie aus der Gravitationswechselwirkung zwischen Körpern in Laborgröße auf eine zuvor unzusammenhängende oder „unwägbare“ physikalische Größe, nämlich die mittlere Dichte der Erde, geschlossen wurde« und zum anderen »ein paradigmatischer Fall dafür, wie Schlussfolgerungen über die empirische Welt ohne Gleichungen gewonnen wurden.«<sup>78</sup> Dazu bedarf es aber nicht unbedingt der Lektüre der Primärquelle. »Allerdings«, so räumt *Ducheyne* offen ein, »verlangt Cavendishs Bericht über sein Experiment, in dem er auf geniale Weise die mittlere Dichte der Erde bestimmt, harte Arbeit von Dozenten und ihren Studenten«, und verbindet damit die durchaus begründete Hoffnung, durch »die Gegenüberstellung absoluter Messungen mit proportionalen Messungen gewinnen die Studierenden einen tieferen Einblick in die Historizität, Spezifität und Vorteile einer gleichungsbasierten Physik. Die Betonung der Unterschiede zwischen der heutigen und der früheren Physik wird dazu beitragen, ihr Interesse an Cavendishs Leistung zu wecken.«<sup>79</sup>, vorausgesetzt die Lektüre des Originals wird durch didaktisch aufbereitete Erläuterungstexte hinreichend unterstützt.

b) Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse

Im Rahmen dieses Kapitels B wollten wir in einer etwas umfangreicheren Darstellung einige ergänzende und vertiefende Aspekte des *Cavendish*-Experiments aufzeigen. Dabei hatten wir zwei Schwerpunkte im Blick: Zum einen sollte mit einigen ergänzenden Graphiken ein Beitrag zur Verbesserung der Anschaulichkeit des *Cavendish*-Berichts geleistet werden. Zum anderen ging es darum, die physikalisch-mathematischen Aspekte in dem *Cavendish*-Bericht in den heute üblichen Herleitungs- und Begründungsstandards mit gleichungsbasierten Formeln darzustellen.

Dazu schien es naheliegend, zunächst den Bericht von *Cavendish* aus dem Jahre 1798 ins Deutsche zu übersetzen. Das haben wir dann auch getan und das Resultat mit einigen Erläuterungen in einer gesonderten Datei zusammengefasst.<sup>80</sup> Auf dieser Grundlage wurden dann die im Kapitel B.1. dieser Vertiefung dokumentierten quantitativen Ergebnisse von *Cavendish* gleichsam zur Selbstvergewisserung noch einmal zusammengestellt und vorläufig interpretiert. Im Kapitel B.2. ging es vor allem darum, nach Angaben aus seinem Bericht exemplarisch zu zeigen, mit welcher Formel *Cavendish* die in seiner *Conclusion* zusammengefassten Daten zur Erddichte seinerzeit berechnet hat. Die Formeln von *Cavendish* lauten als dimensionslose Gleichungen ausgedrückt:

$$D = \frac{1}{10\,844} \cdot \frac{N^2}{B}$$

[Gleich. \(1\)](#) für die Exper. 1 bis 3

$$D = \frac{1}{5\,422} \cdot \frac{N^2}{B}$$

[Gleich. \(2\)](#) für die Exper. 4-17

*Cavendish* verwendete *N* als Formelzeichen für die Dauer einer Halbschwingung und *B* für die vom Pendelarm jeweils überstrichene Bogenlänge in Skalenteilen. Die Berechnung ergab dann die zu jedem Experiment ermittelte mittlere Erddichte als Vielfaches der Dichte von Wasser. Da für die Dichte von Wasser damals wie heute in als Maßeinheit der Quotient aus Masseneinheit durch Volumeneinheit zugrunde liegt, können wir mit den Zahlenwerten von *Cavendish* die Erddichte direkt in der heute üblichen Einheit g pro cm<sup>3</sup> angeben. Für *Cavendish* ergab sich aus dem Mittelwert der Resultate der 29 Einzelmessungen nach heutigem Maß eine Erddichte von 5,48 g/cm<sup>3</sup>.

Um herauszufinden, was sich hinter den in den Formeln von *Cavendish* enthalten Zahlenangaben 10 844 und 5 422 verbirgt, haben wir versucht, im Anschluss an das Kapitel B.3. (Aufbau und die Durchführung des *Cavendish*-Experiments) im Kapitel B.4. im Rahmen der Auswertung des *Cavendish*-Experiments unter verschiedenen Aspekten wie etwa der direkten Gewinnung der Gravitationskonstanten aus den Daten des *Cavendish*-Experiments (Kapitel B.4.1) und einem mathematisch-physikalisch orientierten Nachvollzug der Erddichte-Bestimmung in Anlehnung an *Carl Ramsauer* (Kapitel B.4.2), in einer gleichungsbasierten Darstellung die von *Cavendish* für die Berechnung verwendeten Formeln prinzipiell zu rekonstruieren (Kapitel B.4.3). Wichtigstes Ergebnis sind die hier als [Gleich. \(35\)](#) und [Gleich. \(39\)](#) angegebenen Formeln zur Berechnung der mittleren Erddichte, denn sie enthält nur solche Daten, die *Cavendish* in seinem Bericht an verschiedenen Stellen angegeben hat und hier in folgender Tabelle noch einmal zusammengefasst sind:

Feldmassen <i>weights</i>	Probmassen <i>balls</i>	Pendelarm-Masse	Abstand der Massen	Halbschwingung	Drehpendel-Radius
m <sub>1</sub> = 158 kg [S. 510]	m <sub>2</sub> = 0,729 kg [S. 513]	m <sub>p</sub> = 0,026 kg [S. 510]	r = 0,225 m [S. 510]	τ = 424 s [S. 520]	d = 0,931 m [S. 509]
Skalenkreis-Radius	Skalenfaktor	Pendelarm-Ausschlag	Erdkugel-Radius	Kreiszahl	Erdbeschleunigung
r <sub>sk</sub> = 38,3 Zoll [S. 509]	K = 0,05 Zoll/Skt [S. 473]	b = 6,036 Skt [S. 520]	R <sub>E</sub> = 6,37·10 <sup>6</sup> m [S. 510]	π = 3,14 [*]	g = 9,81 m/s <sup>2</sup> [*]

In eckigen Klammern: Seitenzahlen bei Cavendish (1798), a.a.O. \*Werte von Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24 und f. übernommen.

<sup>78</sup> Ducheyne, Steffen (2011), a.a.O., S. 2.

<sup>79</sup> ebenda, S. 3.

<sup>80</sup> Cavendish, Henry (1798 d): Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde vom 21. Juni 1798, Übersetzung ins Deutsche (mit Erläuterungen) von Jochen Sicars, Trautheim b. Darmstadt 2024 ([Selbstverlag](#)), Online: [Cavendishs Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde.pdf](#).

Setzt man diese Werte in die durch Rekonstruktion im Kapitel B.4.3.1 gewonnenen [Gleich. \(39\)](#) und [Gleich. \(35\)](#) ein, so ergab sich mit den von *Cavendish* verwendeten Formelzeichen:

$$D = \frac{1}{10\,811} \cdot \frac{N^2}{B}$$

[Gleich. \(41\)](#) für die Exper. 1 bis 3

$$D = \frac{1}{5\,405} \cdot \frac{N^2}{B}$$

[Gleich. \(38\)](#) für die Exper. 4-17

Die Zahlenwert-Abweichungen dieser rekonstruierten Gleichungen (41) und (38) gegenüber den von *Cavendish* angegebenen Gleichungen (1) und (2) von etwa 0,3% dürfte hauptsächlich aus der Anwendung unterschiedlicher Rundungskriterien resultieren. Auch lässt *Cavendish* offen, welche genauen Werte er für die Kreiszahl  $\pi$  und die Erdbeschleunigung  $g$  verwendet hat.

Selbstkritisch muss an dieser Stelle eingeräumt werden, dass das Unterkapitel B.4.3, auch wenn es etwas versteckt erscheint, in dem Hauptkapitel B eigentlich einen zentralen Stellenwert einnehmen sollte, um die von *Cavendish* in seinem Bericht von 1798 verwendeten Formeln im Zusammenhang mit den Prinzipien der Newtonschen Mechanik grundsätzlich zu verstehen. Dies führte leider dazu, dass die Argumentationswege zur mathematisch-physikalischen Begründung des *Cavendish*-Berichts etwas holprig erscheinen. Insofern war es vielleicht auch ein Fehler, mit dem Ergebnis und den erst danach begründeten Formeln des *Cavendish*-Berichts zu beginnen. Auch die vorangestellte direkte Berechnung der Gravitationskonstanten aus den *Cavendish*-Daten (Kapitel B.4.1) sowie die *Cavendish*-Interpretation von *Carl Ramsauer* (Kapitel B.4.2) hätte vielleicht auch an anderer Stelle thematisiert werden können. Auf der anderen Seite liefern diese Herleitungen einige wertvolle Hinweise zur Rekonstruktion der Gleichungen (35) und (39). Zugegeben, durch den strukturellen Aufbau des gesamten Kapitels B.4. könnte auf Grund zahlreicher Wiederholungen, Querverbindungen und Verschachtelungen in der Argumentationsstruktur der Eindruck entstehen, dass die Rekonstruktion der *Cavendish*-Formel phasenweise tautologische Züge trage. Angesichts dieser selbstkritischen Einsichten liegt es auf der Hand, dass vorrangig die Strukturplanung dieser Abhandlung im Interesse einer übersichtlicheren und nachvollziehbaren Gliederung unbedingt einer Überarbeitung bedarf.

### c) Zur Funktion des Anhangs

Der Anhang enthält zum einen allgemeine Aspekte des *Cavendish*-Experiments wie beispielsweise eine Kurzdarstellung des Aufbaus und der Durchführung des Versuchs sowie dessen historische Einordnung in den gesellschaftlichen Entwicklungszusammenhang in der Phase des Übergangs vom feudalen ins bürgerlich-kapitalistische Herrschaftssystem. Zum anderen werden weitere Detailfragen zum Aufbau, zur Durchführung und Auswertung des *Cavendish*-Experiments erörtert, so zum Beispiel das Verfahren zur präzisen Ermittlung der Ausschläge des Torsionspendels, eine Rekonstruktion des Vernier-Skalen-Systems sowie die Gründe für den Wechsel des Torsionsdrahtes nach dem Experiment III. Nicht ganz unbedeutend für den Nachvollzug der Berechnungen *Cavendishs* in der *Conclusion*-Tabelle sind die im Kapitel A4. dargelegten Erläuterungen zu den von *Cavendish* verwendeten Messwerten und Formeln. Es folgen im Kapitel A.5 einige graphische Darstellungen zu weiteren technischen Einzelheiten der Appatur von *Cavendish* wie etwa über die Pendelarmsteuerung, die Verstellmechanik des Trägerarms mit den dort aufgehängten Feldmassen und das Vernier-Skalen-Systems an den Enden des Pendelarms.

## Anhang

### A1. Das Cavendish-Experiment in Kurzdarstellung

Der englische Physiker *Henry Cavendish* hatte zur Unterbringung seines „Apparatus“ auf seinem Anwesen in Clapham Common im Süden von London eigens einen Schuppen errichten lassen. Unter Mitarbeit seines Assistenten *George Gilpin* führte er dort insgesamt 17 Experimente mit der Torsionsdrehwaage durch, das erste am 5. August 1797 (Experiment I.), das letzte am 30. Mai 1798 (Experiment XVII.). Seinen Bericht veröffentlichte er am 21. Juni 1798 in den *Philosophical Transactions of the Royal Society*.

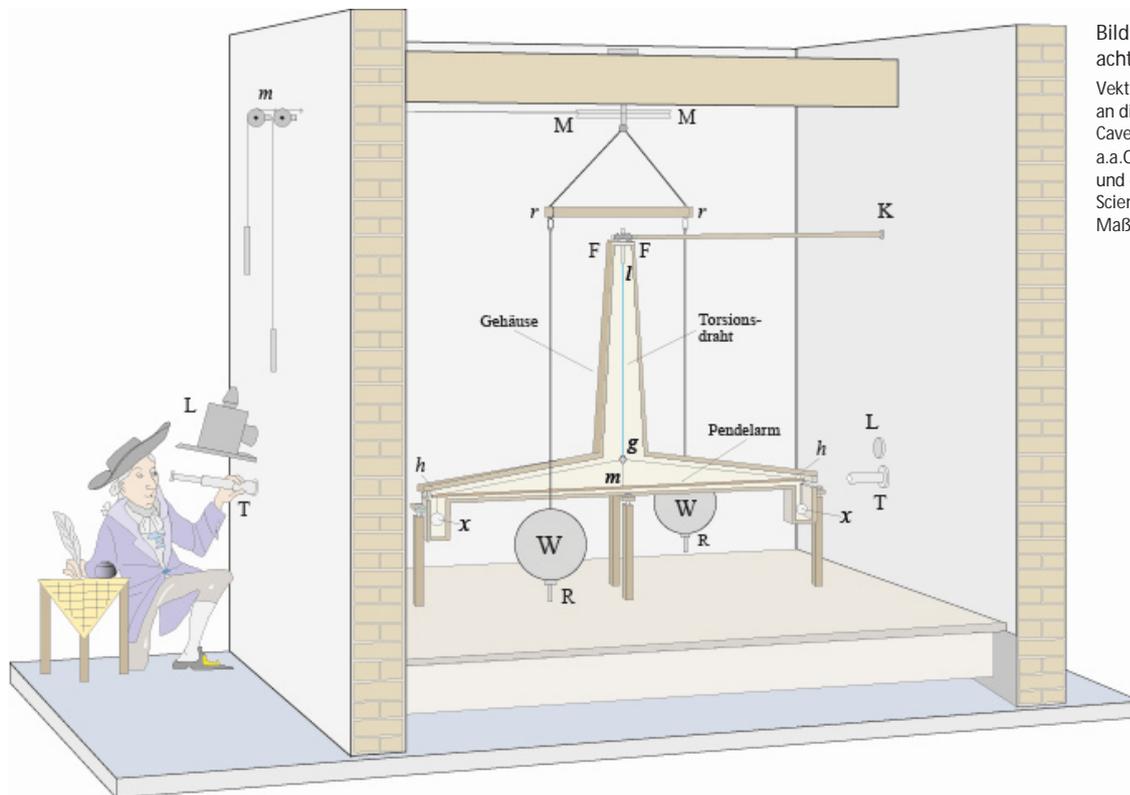


Bild A1: Cavendish beobachtet sein Experiment  
Vektorzeichnung in Anlehnung an die Original-Zeichnung von Cavendish (Cavendish (1798), a.a.O., S.526, Tab. XXIII, Fig. 1) und einen Modellnachbau des Science Museum in London im Maßstab 1:48. © SicArs Didactica

*Cavendish* konnte mit seiner Torsionsdrehwaage die Gravitationswirkung zwischen zwei irdischen Körpern, der großen Bleikugel *W* und der kleinen Bleikugel *x*, anschaulich demonstrieren und die dabei wirksamen Gravitationskräfte quantitativ bestimmen. Der sehr empfindliche Versuchsaufbau war in einem hermetisch abgeschlossenen Raum untergebracht, um den Versuchsablauf nicht durch unerwünschte Kräfte, die durch Berühren oder Luftströmungen hervorgerufen werden konnten, zu stören. Er steuerte und beobachtete seinen Apparat von außen.

Die eigentliche Torsionsdrehwaage bestand aus einem dünnen, etwa 1,9 Meter langen Pendelarm *h**m**h* aus Holz, der mittig an einem dünnen, vertikal herunterhängenden Torsionsdraht *l**g* aus Silber so aufgehängt war, dass er sich horizontal um den Punkt *m* der Mittelachse *m**g* des Drahtes frei drehen konnte. An den beiden Enden *h* dieses Pendelarms *h**m**h* war jeweils eine kleine Bleikugel *x* mit einem Gewicht von 730 Gramm aufgehängt. Die horizontale Lage des Pendelarms konnte von außen mit einem Verstellmechanismus über die Stange *F**K* in die Nulllage gebracht werden. Torsionsdraht und Pendelarm waren zusammen mit der Aufhängung zum Schutz vor störenden thermischen Luftbewegungen in einem Gehäuse aus Mahagoni-Holz untergebracht (hier im Längsschnitt dargestellt).

Die großen Bleikugeln *W* mit einem Gewicht von je 158 Kilogramm waren mit zwei Kupferstäben *r**R* an dem Querbalken *r**r* aufgehängt und konnten über die Riemenscheibe *M**M* mit einem Seilzug *m**M* von außen horizontal bewegt werden. Der Versuch wurde gestartet, indem die beiden großen Kugeln *W**W* soweit in Richtung der kleinen Kugeln *x* gedreht wurden, bis sie den Gehäusewand fast berührten. Dann standen sich die Kugeln im kleinstmöglichen Mittelpunktabstand von etwa 22 cm gegenüber. Jetzt wurde jede der kleinen Kugeln durch die jeweils von der ihr gegenüberstehenden großen Kugel ausgehenden Gravitationskraft mit je 150 nN angezogen. Dies wiederum bewirkte ein Drehmoment auf den Pendelarm und der fing an in Wechselwirkung mit dem gleichzeitig im Torsionsdraht erzeugten gegenläufigen Torsionsmoment, eine horizontale Drehschwingung um das Zentrum *m* auszuführen. Eine vollständige Schwingung dauerte fast genau 14 Minuten. Deren abklingende Amplitude wurden von außen durch das Teleskop *T* beobachtet und in Abhängigkeit von der Zeit auf die Sekunde genau registriert. Aus den Aufzeichnungen von *Cavendish* konnte später die Gravitationskonstante *G* berechnet werden. *Cavendish* selbst hat sich bei der Auswertung seiner Daten auf die Berechnung der Masse und Dichte der Erde konzentriert. Die Gravitationskonstante fand zu dieser Zeit noch kein allgemeineres Interesse.

## A2. Gesellschaftlicher und historischer Hintergrund des Cavendish-Experiments

Henry Cavendish (1731–1810) veröffentlichte den Bericht über seinen Versuch zur Gravitationswirkung zwischen zwei irdischen Körpern im 30. Mai 1798, also fast auf den Tag genau 9 Jahre nach der mit dem Sturm auf die Bastille in Paris am 14. Juli 1789 beginnenden *Französischen Revolution*. Dadurch wurden nicht nur in Frankreich, sondern in vielen Staaten Europas tiefgreifende Veränderungen in der politischen und ökonomischen Herrschaft eingeleitet. Nach den Vorstellungen der Revolutionäre sollte die Jahrhunderte währende Ausbeutung und Unterdrückung der überwiegenden Mehrheit der Bevölkerung durch die Beseitigung des feudalen Herrschaftssystems überwunden werden. Die als gottgegeben legitimierte Macht des Adels sollte abgeschafft und deren Macht durch eine demokratische Herrschaft des aufstrebenden Bürgertums ersetzt werden.

Bleibt zu fragen, was das mit dem Cavendish-Experiment zu tun hat, ganz abgesehen davon, dass Cavendish selbst und seine Familie von dem Feudalsystem in England profitiert hat, dadurch zu Reichtum gelangt war und so die Finanzierung seines aufwendigen Experiments gesichert werden konnte. Den revolutionären Bewegungen im Europa des 18. Jahrhunderts sind radikale Veränderungen in der Wissenschaft vorausgegangen. Cavendish knüpfte mit seinem Experiment inhaltlich an die naturwissenschaftlichen Ideen von Galileo Galilei (1564–1642) und Isaac Newton (1643–1727) an.

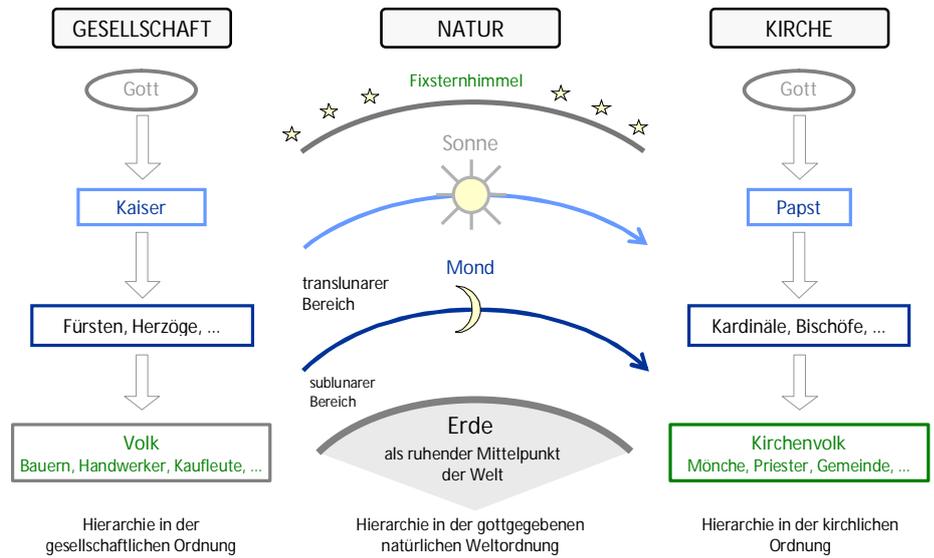


Bild A2: Projektion des geozentrischen Weltbilds auf die mittelalterliche Gesellschaft zur ideologischen Rechtfertigung feudaler Herrschaftsstrukturen

Deren Mechanik hat die bis dahin als gottgegeben geltende natürliche Weltordnung radikal in Frage gestellt. Nicht die Sonne bewegt sich um die ruhende Erde, sondern umgekehrt die Erde bewegt sich um die Sonne, so der revolutionäre Gedanke von Galilei und Newton. Die ideologische Legitimation der kirchlichen und weltlichen Herrschaftsordnung wurde dadurch radikal in Frage gestellt (Bild A2). Galt bis dahin die um die Erde kreisende Sonne gegenüber der Erde als das „Oben“ in der natürlichen Weltordnung, so wurde diese Ideologie gewissermaßen vom Kopf auf die Füße gestellt. Denn die Erde galt jetzt als das „Oben“ und die Sonne als das „Unten“. Die mit der geozentrischen Ordnung in der Natur begründete Herrschaft des Adels und der Kirchenfürsten als das „Oben“ und des gemeinen Volkes als das „Unten“ in der gesellschaftlichen Hierarchie, war mit der Formulierung des heliozentrischen Weltbildes radikal in Zweifel gezogen.

Galilei wäre für seinen unermüdlichen Kampf für das heliozentrische Weltbild fast auf dem Scheiterhaufen hingerichtet worden, bei anderen revolutionären Protagonisten wie Giordano Bruno (1548-1600) wurde das kirchliche Todesurteil gnadenlos vollstreckt. Galileis Trägheitsprinzip war wie die Gravitationstheorie Newtons ein ebenso radikaler Bruch mit dem von der katholischen Kirche tradierten antiken, monotheistisch gewendeten Mythos vom unbewegten Bewegter Gott. *Trägheit* und *Gravitation* sind dem Körper innewohnende Bewegungsursachen, die der Wahrnehmung nicht zugänglich sind. Sie wurden von der klassischen Mechanik durch deren Protagonisten spekulativ in die Welt gesetzt. „Mit der praktischen Verfügung über das principium intrinsicum (die den Dingen innewohnende Ursache, sic) setzten sich die Menschen an die Stelle Gottes.“<sup>81</sup> Damit hat auch die Naturwissenschaft einen wichtigen Beitrag geleistet zur Befreiung der Menschheit aus der geistigen Umklammerung der ideologischen Deutungshoheit feudaler Herrschaftsansprüche, die allein reaktionären Absichten der Machterhaltung dienten. Denn die von Goethe provokativ aufgeworfene Frage „erkenne, was die Welt im Innersten zusammenhält“, konnte jetzt mit einem allgemeingültigen naturwissenschaftlichen Prinzip, nämlich mit dem der universellen Gravitation, rational beantwortet werden.<sup>82</sup> Dazu hat Cavendish mit seinem Nachweis, dass die Gravitation nicht nur zwischen Himmelskörpern wirkt,

<sup>81</sup> Vgl. Bulthaup, Peter: Genesis und Funktion des Trägheitsbegriffs, in: ders.: Das Gesetz der Befreiung, Lüneburg 1998 (zu Klampen Verlag), S. 178. Vgl. auch: ebenda, S. 168 f. und 174 f.

<sup>82</sup> Goethe, Johann Wolfgang v.: Faust, Der Tragödie erster Teil, Stuttgart 1981 (Ernst Klett Verlag), S. 14. Die Formulierung „Im Innersten“ nimmt quantentheoretische Interpretationen der Gravitation vorweg. Diese steht durchaus in der Tradition der mit Cavendish begonnen empirischen Gravitationsforschung. Im Kapitel 3. wurde bereits darauf hingewiesen, dass 2020 ein Forscherteam der Universität Wien die Idee Cavendishs »aufgegriffen und eine Miniaturvariante (mit zwei 2 mm großen Goldkugeln) seines Experiments aufgebaut« hat. Dieses Experiment wurde auch unter quantentheoretischen Aspekten diskutiert. Vgl. Westphal (2021), a.a.O.

sondern auch zwischen irdischen Körpern wie wir sie aus unserem Alltag kennen, einen bedeutsamen empirischen Beitrag geleistet. So betrachtet ist das Datum des Cavendish-Experiments kein historischer Zufall. Denn die hart umkämpften Vorstellungen vom wirklichen Aufbau der natürlichen Weltordnung waren für den gesellschaftlichen Diskurs im Vorfeld der Französische Revolution impulsgebende Entwürfe für gesellschaftsverändernde Ideen in den Geisteswissenschaften, so in der Philosophie und der politischen Theorie. Denn auch hier ging es um die Überwindung angeblich gottgegebener Modelle zur Absicherung und Erhaltung des feudalen Ausbeutungs- und Unterdrückungssystems.

### A3. Cavendishs Methode zur Bestimmung der Ausschläge des Pendelarms

a) Muster-Beispiel: Messwerte des Experiments XVII. vom 30. Mai 1798

Im Folgenden soll am Beispiel der Auswertung der Messergebnisse des XVII. Experiments gezeigt werden, wie Cavendish seine Messwerte ausgewertet hat, um die Ausschläge des Pendelarms quantitativ zu bestimmen. Insbesondere geht es uns darum, zu erklären, wie Cavendish in seiner Conclusion-Tabelle (siehe Tabelle 1) auf den Eintrag 5,78 in der Spalte 3 zu diesem Experiment (Zeile 28) kommt. Wir beziehen uns dabei exemplarisch auf die von Cavendish zu dieser Versuchsreihe XVII. auf den Seiten 506 und 507 seines Berichts dokumentierten Messergebnisse. Von den dort angegebenen Tabellen ist der folgende Auszug für uns relevant:

#### EXPERIMENT XVII. 30. Mai 1798

##### Weights in negative position.

17,2	10	19	0	
17,1		25	0	
17,07		29	0	
17,15		40	0	
17,45		49	0	
17,42		51	0	
17,42	<b>11</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>17,42</b>

##### Weights moved to positive position. (Auszug)

Extreme points.	Divisions.	Time.			Point of rest.	Time of midway of vibration.		
		h.	'	''		h.	'	''
<b>28,8</b>	24	11	11	23	-	11	11	37
	23			49				
<b>18,1</b>	-	-		-	<b>23,2</b>			
	22		18	13	-	18	42	
	23			43				
<b>27,8</b>	-	-		-	23,12			
...*								...*
	23	0	0	34	-	0	0	55
	24		1	18				
<b>26,5</b>	-	-		-	23,55			
	24		7	34	-	7	50	
	23		8	21				
<b>20,8</b>	-	-		-	<b>23,59</b>			
	23		14	30	-			
	24		15	24				
<b>26,25</b>								
...*								

\* Hier sind in der Tabelle von Cavendish noch einige weitere Zeilen enthalten. Alle Positionsangaben in Skt (Skalenteile)

Weights moved to negative position. (Auszug)

Extreme points.	Divisions.	Time.			Point of rest.	Time of midway of vibration.		
		h.	'	''		h.	'	''
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">13,3</span>	17	0	32	19	–	0	32	44
	18			48				
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">22,4</span>	–	–	–	–	17,95			
	18		39	46	–	39	44	
	17		40	19				
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">13,7</span>	–	–	–	–	17,85			
...*								

\* Hier sind in der Tabelle von Cavendish noch einige weitere Zeilen enthalten. Alle Positionsangaben in Skt (Skalenteile)

Motion of the arm on moving weights from – to + = **5,78**  
 + to – = **5,64**

Time of vibration at – to + = 7'2''  
 + to – = 7'3''

Zum Zeitpunkt des Beginns ihrer Umlagerung um 11:01:00 Uhr befinden sich die *weights* anfänglich noch in der negativen Position *ww* und der Pendelarm pendelt sich nach den zuvor ab 10:19:00 Uhr sieben aufgezeichneten Schwingungswerten um 11:01:00 Uhr in der Ruhelage, dem sog. *point of rest*, bei dem Wert 17,42 ein. Diese Position 17,42 ist zugleich die Anfangsposition des Pendelarms zu Beginn der nach der Umlagerung der *weights* in die positive Position einsetzenden Schwingung. Um 11:11:23 Uhr, also etwa 10 Minuten nach der Umlagerung der *weights* in die positive Position *WW*, erreicht der Pendelarm die Amplitude (*extreme point*) 28,8 und schwingt anschließend wieder zurück auf die Amplitude 18,1 und schwingt dann wieder umgekehrt nach 27,8. Der aus diesem Abschnitt der Pendelbewegung sich ergebende Ruhepunkt *R<sub>p</sub>* (*point of rest*) errechnet *Cavendish* in einer Mittelwertrechnung wie folgt<sup>83</sup>:

$$R_p = \frac{\frac{28,8 + 27,8}{2} + 18,1}{2} = 23,2 \text{ Skt}$$

Diesen Positionswert von 23,2 trägt *Cavendish* als *point of rest* (Ruhepunkt) in die 4. Spalte der obigen Tabelle ein. Aus der Differenz der anfänglichen Ruhepunkte 17,42 zu Beginn dieser Schwingung und dem abschließenden Ruhepunkt 23,2 errechnet er aus der Differenz der beiden Ruhepunkte 23,2 – 17,42 = 5,78 den unter der obigen Tabelle angegebenen Wert 5,78 für den Ausschlag bei der Bewegung des Pendelarms (*motion of the arm*) nach der Umlagerung der *weights* von der negativen in die positive Position – to +. Dies ist auch der Wert, der sich in der Conclusion-Tabelle in Zeile 28/Spalte 3 wiederfindet.

Ruhepunkt um 00:07:50 Uhr:

$$R_p = \frac{\frac{26,5 + 26,25}{2} + 20,8}{2} = 23,59 \text{ Skt}$$

und um 00:32:44 Uhr:

$$R_p = \frac{\frac{13,3 + 13,7}{2} + 22,4}{2} = 17,95 \text{ Skt}$$

Den mit 5,64 unter der obigen Tabelle angegebenen Wert für den Pendelarmausschlag nach Umlagerung der *weights* von der positiven in die negative Position + to – kann in gleicher Weise berechnet werden. Die Rechnung zur Bestimmung der Ruhepunkte ist links angegeben.

Aus der Differenz dieser beiden Ruhepunkte ergibt sich für den Pendelausschlag in diesem Schwingungsabschnitt: 23,59 Skt – 17,95 Skt = 5,64 Skt. Auch dieser Wert findet sich unter der obigen Tabelle und in Zeile 29/Spalte 3 der *Conclusion*-Tabelle.

b) Rekonstruktion des Vernier-Skalen-Systems zur Messung der Ausschläge des Pendelarms

Dass der Ausschlag des Torsionspendelarms „ohne viel Aufwand auf 100stel Zoll genau gemessen werden kann, durch sachgemäße Schätzungen können sogar noch kleinere Werte ermittelt werden,“<sup>84</sup> ist dem von *Cavendish* eigens dafür entwickelten Vernier-Skalen-System zu verdanken. Montiert hat er die aus Elfenbein (*slips of ivory*) gefertigten Skalen in einer Öffnung des Schutzgehäuses jeweils links und rechts im Zeichnungsbereich A (siehe Bild 8). Aufgrund seiner Beschreibung auf Seite 473 und seiner Zeichnung auf Seite 526 (siehe Fig. 1 und Fig. 4) lässt sich dieses Ablesesystem hinreichend genau rekonstruieren. Durch das linke Teleskop T betrachtet dürfte es so ausgesehen haben, wie es im folgenden Bild A1 im Maßstab M 1:1 dargestellt ist.

<sup>83</sup> Cavendish (1798), a.a.O., S. 474-476. Vgl. auch Ramsauer (1953), a.a.O., S. 21 f. Wir haben bewusst nicht das Zahlenbeispiel von *Cavendish* (S. 475) verwendet, weil wir vor allem zeigen wollten, wie *Cavendish* auf den für weitere Berechnungen bedeutsamen Wert für den Pendelarmausschlag in der *Conclusion*-Tabelle (siehe Tabelle 1, hier der Eintrag in der Spalte 3/Zeile 28) kam.

<sup>84</sup> „So that the position of the arm may be observed with ease to 100ths of an inch, and may be estimated to less.“ (Übersetzung sic). Cavendish (1798), a.a.O., S. 473. 100stel Zoll = 0,01" = 0,254 mm.

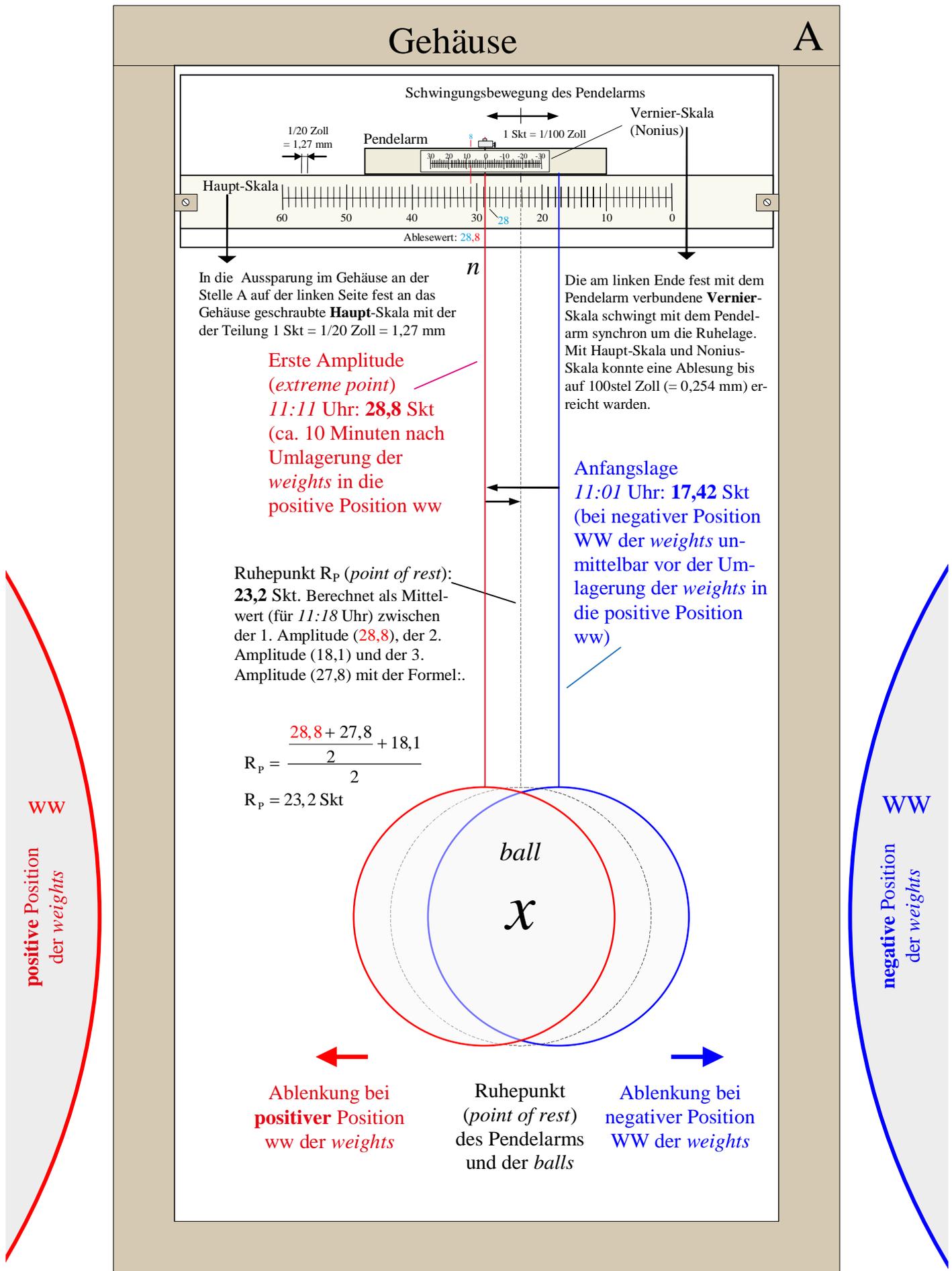


Bild A3: Rekonstruktion des Vernier-Skalen-Systems von Cavendish (Innenbereich: Maßstab M 1:1)

In Bild A1 greifen wir bewusst auf ein Zahlenbeispiel zurück, wie wir es bereits zur Erläuterung der Bestimmung der Auslenkweite des Pendelarms im vorherigen Abschnitt verwendet haben. Diese Zahlenwerte aus dem Experiment XVII. wurden auch in dem folgenden Bild A2 benutzt. In dieser Abbildung ist das von *Cavendish* entwickelte und aus Haupt- und Nonius-Skala bestehende Vernier-System noch einmal vergrößert dargestellt. Die an dem Gehäuse befestigte und damit gegenüber dem Pendelarm ruhende Hauptskala ist in 1/20 Zoll-Skalenteile (= 1,27 mm) unterteilt. Auf der mit dem Pendelarm fest verbundenen und sich synchron mit ihm bewegenden Vernier-Skala sind Skalenteile im Abstand von 100stel Zoll (= 0,254 mm) markiert. Aus dem Zahlenbeispiel in der folgenden Abbildung wird deutlich, dass die Position des Pendelarms auf eine Kommastelle genau abgelesen werden konnte (hier: 28,8). Anhand der Bilder A1 und A2 kann übrigens auch erklärt werden, warum *Cavendish* die in Fig. 2 seiner Draufsicht-Zeichnung auf Seite 526 (siehe auch Bild 8) die mit Kleinbuchstaben *ww* gekennzeichnete Position der *weights* als „positiv“ bezeichnet und die mit den Großbuchstaben *WW* als „negativ“. Auf Seite 473 seines Berichts begründet Cavendish dies sinngemäß wie folgt: Wenn die *balls* und der Pendelarm durch die Gravitationswirkung der *weights* so angezogen werden, dass sich die als Zeiger dienende Pendelarmspitze mit der Vernier-Skala relativ zur Hauptskala von dem dort niedrigsten Wert (hier 0) in Richtung des Höchstwerts (hier 60) bewegt, so befinden sich die *weights* nach der Definition *Cavendishs* in der „positive“ Position. Daraus folgt, dass sich der Pendelarm in der Draufsicht (Bild 8, Fig. 2) bei positiver Position der *weights* stets im Uhrzeigersinn (von *W* nach *w*) dreht. Indessen dreht er sich bei negativer Position der *weights* infolge der Anziehung gegen den Uhrzeigersinn.

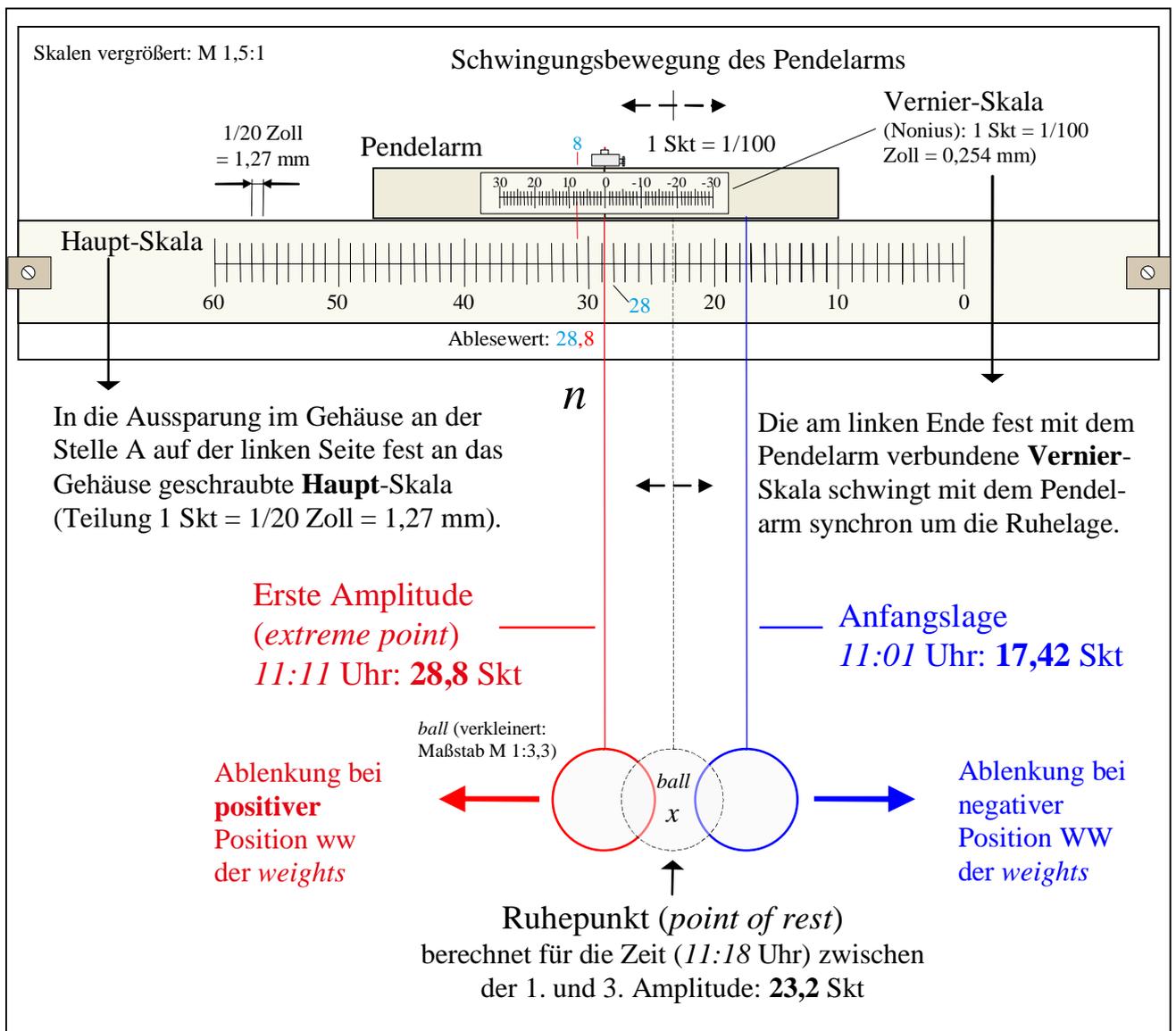


Bild A4: Vergrößerte Darstellung des Vernier-Skala-Systems von Cavendish (Elfenbein-Skalen (*slips of ivory*) vergrößert im Maßstab M 1,5:1, Probemassen (*balls*) verkleinert auf ca. M 1:3,3).

### c) Berechnung von Winkel und Bogen des Pendelarm-Ausschlags

Wie wir zeigen konnten, hatte *Cavendish* bis auf zwei Stellen hinter dem Komma genau die durch die Gravitation hervorgerufene Ablenkung des Pendelarms bestimmen können und in die für die weitere Auswertung sehr bedeutsame *Conclusion*-Tabelle (siehe Tabelle 1) eingetragen. Was diese, in der Spalte 3 mit der Überschrift *Motion arm* (Bewegung des Pendelarms) eingetragenen Werte bedeuten, soll im Folgenden auch hier wieder anhand des in den Kapiteln 1 a) und b) bereits verwendeten Zahlenbeispiels näher erläutert werden. Wie bereits erwähnt ist in der Zeile 28 der Tabelle 1 in den Spalten 2 und 3 vermerkt, dass bei der Umlagerung der Feldmassen (*weights*) von der negativen in die positive Position der Pendelarm mit den *balls* im Uhrzeigersinn um 5,78 Skalenteile abgelenkt wurde. Da ein Skalenteil 1/20 Zoll betrug, lässt sich der Ausschlag wie folgt berechnen: 5,78 Skt x 1/20 Zoll/Skt = 0,288 Zoll (= 7,315 mm). Dies ist die Länge der senkrechten Geraden *b'* zwischen den Positionen der *balls* und wegen des extrem kleinen Winkels ist dies näherungsweise auch die Länge *b* des Bogens, den die Pendelarmspitze *n* im Uhrzeigersinn überstrichen hat (Bild A5).

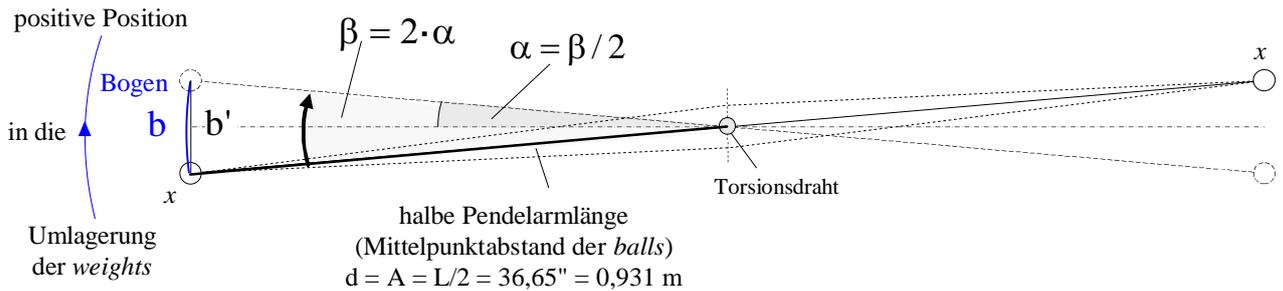


Bild A5: Die Drehwinkel des Pendelarms: Winkel  $\beta$  bei voller Umlagerung der *weights* in die positive Position *ww*, Winkel  $\alpha$  bei Umlagerung von der *midway*-Position in die positive Position.

Nicht maßstäbliche Darstellung: Die Winkel sind deutlich größer dargestellt, als sie im realen Experiment waren!

Mit Hilfe des Bogenwerts  $b = 5,78$  Skt aus der *Conclusion*-Tabelle (Zeile 78/Spalte 3) und dem von *Cavendish* angegebenen Skalenkreis-Radius von  $r_{\text{sk}} = 38,3$  Zoll und der Skalenteilung  $K = 1/20$  Zoll/Skt lässt sich der Ausschlagwinkel  $\beta$  wie folgt berechnen<sup>85</sup>:

$$\beta = b \cdot \frac{K}{r_{\text{sk}}} \Rightarrow \beta = \frac{5,78 \text{ Skt} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{\text{Zoll}}{\text{Skt}}}{38,3 \text{ Zoll}} = \frac{0,289 \cdot \text{Zoll}}{38,3 \text{ Zoll}} \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 7,5457 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

Der halbe Drehwinkel  $\alpha$ , der sich ergäbe, wenn die *weights* aus der *midway position* in die positive Position umlagert würden, lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{7,5457 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 3,7729 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

Im Gradmaß lauten die Winkelangaben:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot \pi} \cdot \hat{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\text{rad}} \cdot 3,7729 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 0,2162^\circ}}$$

bzw.

$$\beta = 2 \cdot \alpha = 2 \cdot 0,2162^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 0,4324^\circ}}$$

Von Bedeutung für weitere Berechnungen könnten auch Mittelwerte der Pendelausschläge sein, die sich aus den Eintragungen *Cavendishs* in Spalte 3 der *Conclusion*-Tabelle berechnen lassen. So ergibt sich für den Mittelwert aus den von *Cavendish* in die Spalte 3 für die Experimente 4 bis 17 (mit dem steiferen Torsionsdraht) eingetragenen Werte für den Bogen *b* des Ausschlagwinkels  $\beta$  jeweils nach voller Umlagerung der „*weights*“ (d.h. von Position  $\boxed{- \text{ to } +}$  oder von Position  $\boxed{+ \text{ to } -}$ ) folgender Mittelwert:  $b = 6,036$ , wobei auch hier *b* die Bogenlänge in Skalenteilen (Skt) ist.<sup>86</sup>

Mit der Skalenteilung  $K = 1/20$  Zoll/Skt = 0,05 Zoll/Skt und  $r_{\text{sk}} = 38,3$  Zoll (Skalenkreis-Radius) gilt dann für den Mittelwert der Ausschlagwinkel  $\beta$  im Bogenmaß:

<sup>85</sup> Am Ende des Pendelarms waren Skalen aus Elfenbein mit einer Skalenteilung von  $K = 1/20$  Zoll/Skt angeordnet. Ihre Entfernung vom Drehzentrum betrug  $r_{\text{sk}} = 38,3$  Zoll (= Skalenkreis-Radius). „The distance of the centres of the two balls from each other is 73,3 inches, and therefore the distance of each from the centre of motion is 36,65 ... But the ivory scale at the end of the arm is 38,3 inches from the centre of motion, and each division is 1/20 of an inch“. Cavendish (1798), a.a.O., S. 509.

<sup>86</sup> Vgl. auch Ramsauer (1953), a.a.O., S. 24 (oben).

$$\beta = b \cdot \frac{K}{r_{SK}} \Rightarrow \alpha = \frac{6,036 \text{ Skt} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{\text{Zoll}}{\text{Skt}}}{38,3 \text{ Zoll}} = \frac{0,3018 \cdot \text{Zoll}}{38,3 \text{ Zoll}} \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 7,88 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

Für diese Fälle der vollen Umlagerung ließe sich rein rechnerisch auch ein Mittelwert des halben Drehwinkels  $\alpha$  bestimmen, der sich ergäbe, wenn man die *weights* aus der *midway position* in die positive oder negative Position umlagert hätte. Es gilt dann entsprechend:

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{7,88 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 3,94 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

Im Gradmaß lauten die Winkelangaben:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot \pi} \cdot \hat{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\text{rad}} \cdot 3,94 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 0,2257^\circ}}$$

bzw.

$$\beta = 2 \cdot \alpha = 2 \cdot 0,2257^\circ \Rightarrow \underline{\underline{\beta = 0,4514^\circ}}$$

Abschließend bilden wir der Vollständigkeit halber noch den Mittelwert für jene Fälle aus den Experimenten 4 bis 17, in denen die *weights* jeweils aus oder in die *midway position* umlagert wurden (d.h. von m. to + oder von m. to -). Er beträgt  $b/2 = 3,103$ . Damit ergibt sich für den Drehwinkel  $\alpha$ :

$$\alpha = b \cdot \frac{K}{r_{SK}} \Rightarrow \alpha = \frac{3,103 \text{ Skt} \cdot \frac{1}{20} \cdot \frac{\text{Zoll}}{\text{Skt}}}{38,3 \text{ Zoll}} = \frac{0,15515 \cdot \text{Zoll}}{38,3 \text{ Zoll}} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 4,051 \cdot 10^{-3} \text{ rad}}}$$

bzw. im Gradmaß:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot \pi} \cdot \hat{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\text{rad}} \cdot 4,051 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 0,2321^\circ}}$$

Da die Pendelausschlagwerte in den Experimenten 1 bis 3 bei unseren (und auch bei *Cavendishs*) Berechnungen keine weitergehende Bedeutung haben, verzichten wir auch hier auf eine mittelwertbezogene Berechnung des Ausschlagwinkels für diese Fälle mit dem weniger steifen Torsionsdraht.

### A4. Zum Wechsel des Torsionsdrahtes und zum Skalenkreis-Radius

- Warum Cavendish nach der 3. Versuchsreihe einen *steiferen Torsionsdraht* verwendet hat:

Zu der *Auswechslung des Torsionsdrahtes* sah sich Cavendish veranlasst, weil der für die ersten drei Experimente verwendete Draht durch seine geringe Steifigkeit<sup>87</sup> nach einem durch die Gravitation ausgelösten Kraftimpuls oftmals zu einem relativ heftigen Pendelausschlag führte, so dass die *balls* immer wieder an die Gehäusewand angeschlagen sind und so die Pendelschwingung gestört wurde. Außerdem konnte Cavendish mit einem steiferen Draht außer der Amplitude auch die Periodendauer der Schwingung des Pendelarms auf etwa die Hälfte verringern.

Während Cavendish die Eigenschaften des für die Experimente 1 bis 3 verwendeten 99,7 cm langen und etwa 0,135 mm dünnen Torsionsdrahtes relativ ausführlich beschrieben hat, finden sich über den steiferen Draht der Experimente 4 bis 17 so gut wie keine Hinweise. Dazu vermerkt Ramsauer: Der für die Experimente 1 bis 3 verwendete „Draht hat sich bei den ersten Meßreihen als zu dünn erwiesen und ist für die Hauptversuche (Exper. 4 bis 17, sic) durch einen dickeren Draht ersetzt worden. Zur Berechnung der Dicke dieses Drahtes fehlen die Daten, sie läßt sich aber aus dem Vergleich der Schwingungsdauer auf etwa 0,20 mm schätzen.“<sup>88</sup>

- Ergänzender Hinweis zum Begriff des *Skalenkreis-Radius* (vgl. dazu Bild A6 auf der nächsten Seite):

Der *Skalenkreis-Radius* ist der Radius eines Kreises um das Drehzentrum des Pendelarms im Punkt c im Zentrum des Torsionsdrahtes, auf dem sich während der horizontalen Pendelschwingung die am Ende des Pendelarms angebrachte Hauptskala des Vernier- Systems (Punkt E) bewegt (siehe dazu Bild A6 auf der nächsten Seite). Dieser Radius beträgt nach Angaben von Cavendish 38,3 Zoll. Hingegen hat der Kreis, auf dem sich die Probemassen (*balls*) *x* bewegen (und damit die Punkte D und B), einen Radius von 36,65 Zoll. Diesen Abstand definiert Cavendish auch als Länge des Pendelarms. Die Werteangaben dazu finden sich bei Cavendish in den Erläuterungen zur Graphik der Fig. 4 (siehe Bild A6) auf der Seite 512 seines Berichts.

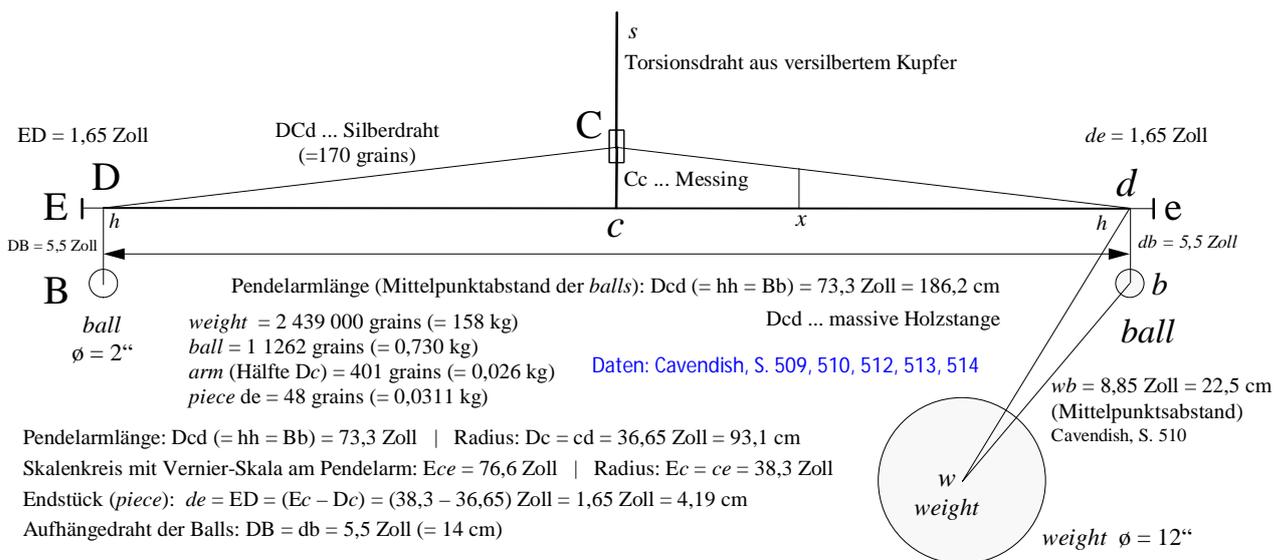


Bild A6: Pendelarm in vereinfachter Darstellung in Anlehnung an Cavendishs Zeichnung Tab. XXIV, Fig. 4 (S. 526).

<sup>87</sup> Die Steifigkeit  $S_t$  ist ein Begriff aus der Technischen Mechanik. Die Torsionssteifigkeit (auch Verdrehsteifigkeit) ist der Widerstand eines auf Torsion beanspruchten Bauteils im Querschnitt A gegen eine Verwindung um die Längsachse. Weiteres siehe: Wikipedia-Eintrag: [Steifigkeit](#).

<sup>88</sup> Ramsauer (1953), a.a.O., S. 19. Vgl. dazu auch: Ducheyne (2011), a.a.O., S. 16. Die Cavendish-Angaben zu den Torsionsdrähten finden sich hier: Cavendish (1798), a.a.O., S. 473 und 478.

A5. Conclusion-Tabelle – Ergänzende Hinweise zur Density-Berechnung von Cavendish

Tabelle 7: Erläuterungen und Ergänzungen zu Cavendishs Conclusion-Tabelle.<sup>89</sup>

	1	2	3	4	5	6	7		
	Exper.	Mot. weights	Mot. arm <b>B</b>	Do. corr. <b>B</b>	Time vib. <b>N</b>	Do. corr. <b>N</b>	Density. <b>D</b>	Formel für D	
			[Divisions]	[Divisions]	' "				
1	1	m. to +	14,32	13,42	<b>14, 55*</b>	–	5,50	1	
2		+ to m.	14,10	13,17	14, 55	–	5,61	1	
3	2	m. to +	15,87	14,69	<b>14, 55*</b>	–	4,88	1	
4		+ to m.	15,45	14,14	14, 42	–	5,07	1	
5	3	+ to m.	15,22	<b>13,56</b>	14, 39	–	5,26	1	
6		m. to +	14,50	13,28	14, 54	–	5,55	1	
7	4	m. to +	3,10	2,95		6,54	5,36	2*	
8		+ to –	6,18	–	7, 1	–	5,29	2	
9		– to +	<b>5,92</b>	–	7, 3	–	5,58	2	
10	5	+ to –	5,90	–	7, 5	–	5,65	2	
11		– to +	5,98	–	7, 5	–	5,57	2	
12	6	m. to –	3,03	2,90	}	–	<b>6,57*</b>	5,53	2*
13		– to +	5,90	5,71		<b>6,57*</b>	5,62	2	
14	7	m. to –	3,15	3,03	}	7, 4	6,57	5,29	2*
15		– to +	6,10	5,90		by mean.	<b>6,57*</b>	5,44	2
16	8	m. to –	3,13	<b>3,00</b>	}	–	<b>6,57*</b>	5,34	2*
17		– to +	5,72	5,54		–	<b>6,57*</b>	5,79	2
18	9	+ to –	6,32	–	6, 58	–	5,10	2	
19	10	+ to –	<b>6,15</b>	–	6, 59	–	5,27	2	
20	11	+ to –	6,07	–	7, 1	–	5,39	2	
21	12	– to +	6,09	–	7, 3	–	5,42	2	
22	13	– to +	6,12	–	7, 6	–	5,47	2	
23		+ to –	5,97	–	7, 7	–	5,63	2	
24	14	– to +	6,27	–	7, 6	–	5,34	2	
25		+ to –	6,13	–	7, 6	–	5,46	2	
26	15	– to +	6,34	–	7, 7	–	5,30	2	
27	16	– to +	6,10	–	7, 16	–	5,75	2	
28	17	– to +	5,78	–	7, 2	–	5,68	2	
29		+ to –	5,64	–	7, 3	–	5,85	2	

\*Diese Werte hat Cavendish für die Density-Berechnung (Spalte 7) verwendet, aber in der Tabelle nur „–“ eingetragen. Die blau und fett markierten B-Werte lassen minimale Abweichungen durch Rundungsfehler vermuten. Die von Cavendish (und auch von Baily) verwendeten und in der rechten Spalte vermerkten Formeln resultieren aus folgenden Überlegungen.<sup>90</sup>

Bei den halben Umlagerungen der weights von oder in die midway-Position in den Zeilen 1 bis 6 der Experimente 1 bis 3 (mit weniger steifem Torsionsdraht) hat Baily in jeder Zeile den korrigierten B-Wert aus der Conclusion-Tabelle von Cavendish durch 2 dividiert, in die eigene Tabelle eingetragen, die Cavendish-Formel mit 0,5 multipliziert und mit der daraus resultierenden Formel 1 den Density-Wert berechnet. Bei den vollen Umlagerungen (also von + to – oder von – to +) in den Experimenten 4 bis 17 (mit dem steiferen Torsionsdraht), hat Baily den jeweiligen B-Wert aus der Conclusion-Tabelle durch 2 dividiert, in die eigene Tabelle eingetragen und bei der Berechnung des Density-Wertes die daraus resultierende Formel 2 verwendet. Die Formel 2 hat Baily auch auf die halben Umlagerungen (Zeilen 7, 12, 14, 16) der Experimente 4 bis 17 (jeweils von der midway-Position aus) angewendet, allerdings erst nachdem

<sup>89</sup> Cavendish (1798), a.a.O., S. 520. Zur Tabellen-Darstellung: Die Zeilen- und Spalten-Nummerierungen sowie die Formel-Spalte sind von mir hinzugefügt worden (J.S.). Vgl. zur Conclusion-Tabelle auch die Korrekturen von Baily, Francis: [Experiments with the Torsion Rod for Determining the Mean Density of the Earth](#), London 1843, S. 91.

<sup>90</sup> Vgl. auch Baily (1843), a.a.O., S. 90 und 91.

er zuvor den jeweiligen B-Wert mit 2 multipliziert hatte. Durch Umformung ergibt sich rein rechnerisch daraus die mit der Formel 1 identische Formel 2\*.

Die zuvor beschriebenen Unterscheidungen treffen nach unseren Nachberechnungen auch für alle diesbezüglichen Berechnungen von Cavendish zu. Daraus ergeben sich zusammengefasst folgende Formel-Varianten für die Density-Berechnungen bei Cavendish (und auch bei Baily):

Für die Experimente 1 bis 3 mit weniger steifem Torsionsdraht:

$$\text{Formel 1: } D = \frac{1}{10844} \cdot \frac{N^2}{(B/2)} \cdot 0,5 \quad \rightarrow \quad \boxed{D = \frac{1}{10844} \cdot \frac{N^2}{B}} \quad \text{bzw.} \quad D = 0,0922 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{N^2}{B}$$

Für die Experimente 4 bis 17 mit steiferem Torsionsdraht

a) bei voller Umlagerung der weights jeweils von + nach – und umgekehrt:

$$\text{Formel 2: } D = \frac{1}{10844} \cdot \frac{N^2}{(B/2)} \quad \rightarrow \quad \boxed{D = \frac{1}{5422} \cdot \frac{N^2}{B}} \quad \text{bzw.} \quad D = 1,844 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{N^2}{B}$$

b) bei halber Umlagerung der weights jeweils von der midway-Position nach + oder – :

$$\text{Formel 2*: } D = \frac{1}{5422} \cdot \frac{N^2}{B \cdot 2} \quad \rightarrow \quad \boxed{D = \frac{1}{10844} \cdot \frac{N^2}{B}} \quad \text{bzw.} \quad D = 0,0922 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{N^2}{B}$$

## A6. Weitere Einzelteile der Apparatur und Maßeinheiten Cavendishs

Tabelle 8: Cavendishs Bezeichnungen der Bestandteile seines Apparatus

\*Quellen: Cavendish (1798), a.a.O.

Cavendish	Übersetzung I	Übersetzung II	Bemerkung	Quelle*	Teil*
arm	Pendelarm	Torsionspendel	horizontal bewegliche Hantel mit Probmassen	471, 512, Fig. 1 u. 4	hmh Dcd
slender wire	dünner Draht	Torsionsdraht	versilberter Kupferdraht zur Aufhängung des Pendelarms	471, 478, Fig. 1	gl
silver wire	Silberdraht		Silberdraht zur Verstärkung des Pendelarms	471, 512, Fig. 1, Fig. 4	hgh DCd
leaden balls	Kugeln aus Blei	kleine Bleikugeln	Horizontal bewegliche Probmassen werden von den Feldmassen (weights) angezogen bzw. in deren Gravitationsfeld abgelenkt.	469, 513, Fig. 1, Fig. 4	xx Bb
wire	Draht	Aufhängung der balls	Draht zur Befestigung der „balls“ an den Enden des Pendelarms	471, 513, Fig. 1, Fig. 4	hx db
weights	Gewichte aus Blei	große Bleikugeln	Sie ziehen als ortsfeste Feldmassen die kleinen Kugeln an bzw. erzeugen in ihrer Umgebung ein Gravitationsfeld.	510, Fig. 1, Fig. 2	WW ww
pulley	Riemenscheibe		Riemenantrieb zur Positionsänderung der „weights“.	472, Fig. 1	MM
endless screw	Endlosschraube	Schneckengetriebe	zur Verdrehung des Torsionspendels	473, Fig. 1	FF
slips of ivory	Elfenbein-Streifen	feste Skalen am Gehäuse	Teilung: 1/20 " = 0,05" = 1,27 mm	473, Fig. 1, Fig. 4	Unter Pkt. A in Fig. 1
small slips of ivory	Vernier-Skalen	bewegliche Nonius-Skalen an jedem Pendelarm-Ende	Teilung: 1/100 " = 0,01" = 0,254 mm	473, Fig. 1, Fig. 4	n ... n
index	Verzeichnis	Werteskala	Skala mit Werten auf den Elfenbein-Streifen	473, 485, 488, 500	n ... n
mahagony case	Gehäuse aus Mahagoni	Schutzgehäuse für den Pendelarm	zur aerodynamischen Abschirmung des Torsionspendels	471 f., 515, 523 Fig. 1 u. 2	Fig. 1: AB...FE Fig. 2: AAAA
point of rest	Ruhepunkt	Endlage	Ruhepunkt am Ende der Pendelschwingung	475	
extreme points	Umkehrpunkte	Amplitude	Höchstauschlag der Schwingung des Pendelarms	475	
Time of middle of vibration	Durchgang durch die Mittellage	Zeitpunkt, in dem der Arm den Mittelpunkt der Schwingung erreicht hat.	Uhrzeit des Durchganges durch die Mittellage der Schwingung	476	

### Weitere Einzelteile der Apparatur *Cavendishs*

Im Folgenden sind noch einige weitere Einzelteile der Apparatur *Cavendishs* zusammengestellt. Sie sollen insbesondere zur Veranschaulichung der überwiegend textbasierten Beschreibungen in dessen Bericht dienen. Alle Seitenangaben beziehen sich auf den Bericht von *Cavendish* von 1798.

#### 1. Das Vernier-Skalen-System am Ende des Pendelarms

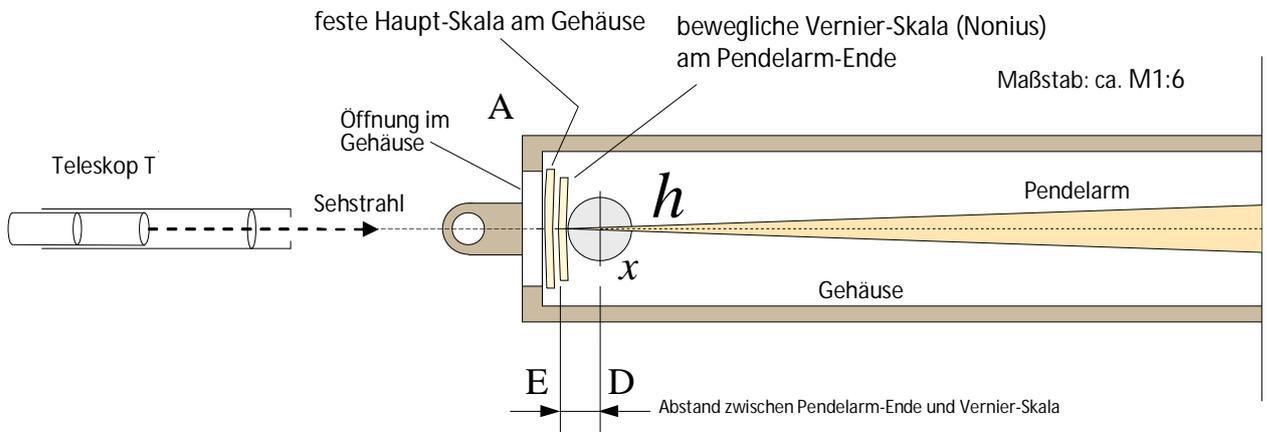


Bild A7: Vernier-Skalen-System am linken Ende des Pendelarms (Ausschnitt)

zu Bild A7: In der Draufsicht-Darstellung in Fig. 2 und Fig. 4 auf der Tafel XXIV (S. 526) und der Beschreibung auf Seite 473 finden sich genügend Hinweise, die vermuten lassen, dass das Vernier-Skalen-System *Cavendishs* etwa so ausgesehen haben müsste, wie im Bild A7 ausschnittsweise etwa im Maßstab M 1:6 dargestellt.

#### 2. Aufhängung FF und Verstellmechanik FK des Torsionsdrahtes Ig und des daran aufgehängten Pendelarms nn mit den an dessen Ende befestigten balls xx (siehe S. 473)

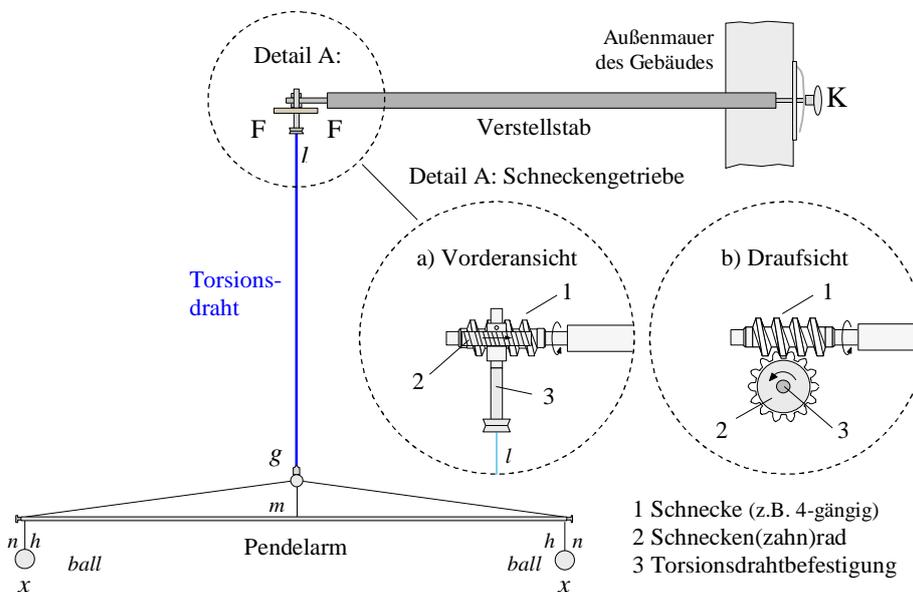


Bild A8: Pendelarm mit Aufhängung und Verstellmechanik

*hx* ... Aufhängung der *balls* an den Enden *h* des Pendelarms (*wire which suspended the two balls*, S. 472). *hmx* ... schlanker Holzstab (*slender deal rod*) Pendelarm mit Silberdraht *hgh* zu dessen Aufhängung (S. 472) an dem versilbertem Torsionsdraht *lg* aus Kupfer (*slender wire*, S. 471).

3. Feldmassen WW (*weights*) mit Aufhängung und Verstellmechanik

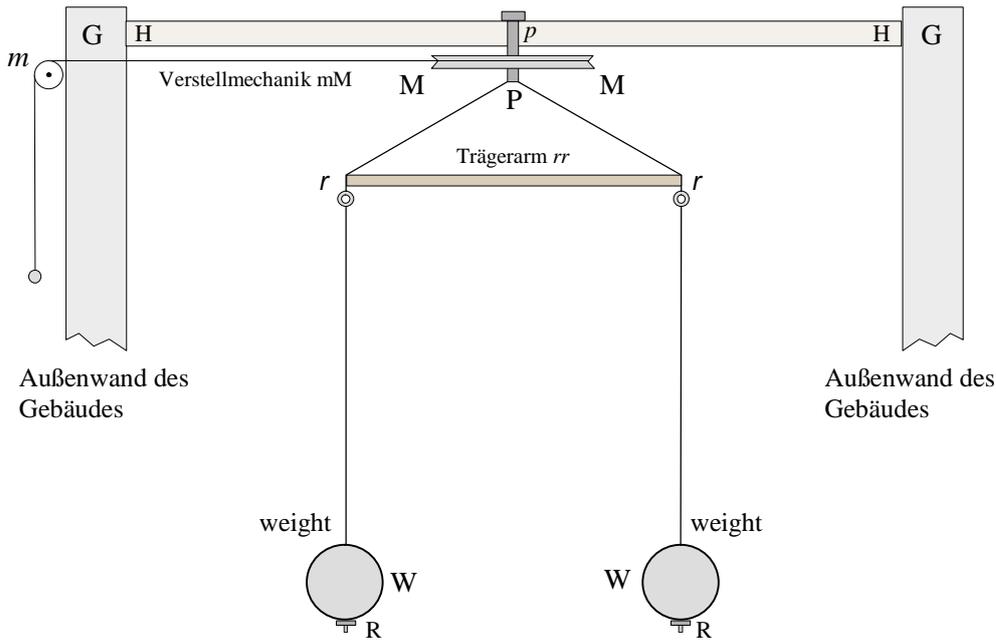


Bild A9: Trägerarm *rr* zur Aufhängung *RrPrR* der Feldmassen (*weights*) mit Verstellmechanik *mMM*

*Mm* ... durch die Außenseitenwand *G* (*endwalls*) geführte Schnur (*cord wound round the pulley*), die um die zentral an dem Stift *Pp* (*center pin*) an dem Balken *GG* (*beam*) aufgehängte Riemenscheibe (*pulley*) *MM* gewickelt ist; mit ihr kann der Beobachter von außen die Aufhängung *RrPrR* samt hölzerner Querstange (*wooden bar*) *rr* verdrehen und so die mit den Kupferstangen *rR* (*copper rods*) gehaltenen Feldmassen (*weights*) *WW* von einer Position in eine andere umlagern (S. 472).

Tabelle 9: Maße und Gewichte, die *Cavendish* in seinem Bericht verwendet:

1 Linie (line)	=	1/12 Zoll	=	0,21 cm
1 Zoll (inch)	=	12 Linien	=	2,54 cm
1 Fuß (foot)	=	12 Zoll	=	30,48 cm
1 Yard	=	3 Fuß	=	91,44 cm
1 Mile	=		=	1,60934 km
1 grain (Troygrain)	=	1/7000 Pfund	=	0,0648 g
1 Unze (ounce)	=		=	28,35 g
1 Pfund (pound)	=	16 Unzen	=	453,60 g

Siehe auch: [https://de.wikipedia.org/wiki/Angloamerikanisches\\_Ma%C3%9Fsystem](https://de.wikipedia.org/wiki/Angloamerikanisches_Ma%C3%9Fsystem)

## Literaturverzeichnis

- Baily, Francis: Experiments with the Torsion Rod for Determining the Mean Density of the Earth, forming Vol. XIV of the Memoirs of the Royal Astronomical Society, Journal: Memoirs of the Royal Astronomical Society, London 1843. Google-Book im pdf-Format: [Experiments with the Torsion Rod for Determining the Mean Density of the Earth](#)  
Read only-Seite: [Experiments with the Torsion Rod for Determining the Mean Density of the Earth](#)
- Boys, Charles Vernon (1890): On the *Cavendish* Experiment, Proceeding of the Royal Society of London 1890.46, S.253-268. Online Version: <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rspl.1889.0032> - Archivierung in der Royal Society: <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspl.1889.0032>
- Brandes, Heinrich Wilhelm: Theoretische Untersuchungen über die Oscillationen der Drehwaage bei Cavendish's Versuchen über die Attraction kleiner Massen, in: Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde, XII. Band, 4. Stück, S. 300-310, Weimar Oktober 1806. Online-Version: [Magazin der Naturkunde: XII. Band, 4. Stück, S. 300-310](#). Thüringer Universitäts- und Landesbibliothek Jena über den Autor: [Heinrich Wilhelm Brandes \(1777-1834\)](#)
- Bulthaupt, Peter: Genesis und Funktion des Trägheitsbegriffs, in: ders.: Das Gesetz der Befreiung, Lüneburg 1998 (zu Klampen Verlag), S. 167-178.
- Cavendish, Henry (1798 e): Experiments to determine the Density of the Earth – Read 21. Juni 1798, Philosophical Transactions of the Royal Society, Volume 88, 31. December 1798. Online-Version: [Cavendishs Experiments to Determine the Density of the Earth.pdf](#)
- Cavendish, Henry (1798 d): Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde vom 21. Juni 1798, Übersetzung ins Deutsche (mit Erläuterungen) von Jochen Sicars, Trautheim b. Darmstadt 2024 ([Selbstverlag](#)), Online-Version: [Cavendishs Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde.pdf](#) oder Download von [Wikimedia Commons – Kategorie: Henry Cavendish](#)
- Chang, Victoria: Weighing the Earth in 1798: The Cavendish Experiment, Prof. Victoria Chang (Stanford University), October 31, 2007 (Submitted as coursework for Physics 210, Stanford University, Fall 2007). Online: <http://large.stanford.edu/courses/2007/ph210/chang1/>
- Chao Xue, Jian-Ping Liu, Qing Li et. al. (Sun Yat-sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai, China): Precision measurement of the Newtonian gravitational constant, National Science Review, Volume 7, Issue 12, December 2020, Pages 1803–1817, <https://academic.oup.com/nsr/article/7/12/1803/5874900> . Online-Version als pdf-Datei: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC8290936/pdf/nwaa165.pdf>
- Cohen, Isaac Bernhard: [Newtons Gravitationsgesetz – aus Formeln wird eine Idee](#), in: Spektrum der Wissenschaft, Mai 1981, S. 101 – 111.
- Cohen, Isaac Bernard: Revolutionen in der Naturwissenschaft, Frankfurt am Main 1994 (Suhrkamp).
- Coulomb, Charles Augustin de: Vier Abhandlungen über die Elektrizität und den Magnetismus, Erstveröffentlichung 1786, Leipzig 1890 (Verlag von Wilhelm Engelemann). Online: [Vier Abhandlungen über die Elektrizität und den Magnetismus](#)
- Dilthey, Wilhelm: Die Autonomie des Denkens, der konstruktive Rationalismus und der pantheistische Monismus nach ihrem Zusammenhang im 17. Jahrhundert. Archiv für Geschichte der Philosophie 8, Berlin 1894, S. 28–91. Online: <https://zenodo.org/record/1969737/files/article.pdf?download=1>
- Ducheyne, Steffen: Testing universal gravitation in the laboratory, or the significance of research on the mean density of the earth and big G, 1798–1898: changing pursuits and long-term methodological–experimental continuity, Received: 16 June 2010 / Published online: 24 December 2010, Springer-Verlag 2010. Online: [Ducheyne: Testing universal gravitation in the laboratory](#)
- Ducheyne, Steffen: The *Cavendish* Experiment as a Tool for Historical Understanding of Science, Springer Science+Business Media B.V. 2011. Online: [Cavendish Experiment as a Tool for Historical Understanding of Science](#)
- Engfer, Roland: Physik für Naturwissenschaftler – Teil 1 – Mechanik, S. 19, Physik-Institut der Universität Zürich, September 2004 – Online lesen: [Engfer, Roland: Physik für Naturwissenschaftler](#)

- Feynman, Richard P.: [Das Gravitationsgesetz – Schulbeispiel für ein physikalisches Gesetz](#), in: ders., Vom Wesen physikalischer Gesetze (Erstausgabe 1967), München Zürich 1993 (Piper Verlag).
- Feynman, Richard P.: Sechs physikalische Fingerübungen (Erstausgabe 1963), München 2002 (Piper).
- Feynman, Richard P./Leighton, Robert B./Sands, Matthew: Feynman-Vorlesungen über Physik 1: Mechanik (Erstausgabe: 1963), Deutsche Übersetzung: Dr. Henner Wessel, Dr. Karen Lippert, New Millennium Edition, Berlin/Boston 2015 (Walter de Gruyter).  
Online-Version: [The Feynman Lectures on Physics, Feynman • Leighton • Sands](#) (Mit Google Translate werden alle Kapitel in deutscher Übersetzung angezeigt.)
- Geikie, Sir Archibald: Memoir of John Michell, Cambridge 1918 (University Press).  
Online: [Internet Archiv: Memoir of John Michell](#).
- Gell-Mann, Murray: Das Quark und der Jaguar, Vom Einfachen zum Komplexen – Die Suche nach einer neuen Erklärung der Welt, München Zürich 1994 (Piper).
- Gillies, George T., Unnikrishnan C.S.: The attracting masses in measurements of G: an overview of physical characteristics and performance, Philos. Trans. R. Soc. A 372, 20140022 (2014), Philosophical Transactions of the Royal Society A, London 13.10.2014. Online: <https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rsta.2014.0022>
- Gilbert, Ludwig Wilhelm (Hrsg.): Versuche, um die Dichtigkeit der Erde zu bestimmen von Henry *Cavendish*, erläutert und übersetzt vom Herausgeber, in: Annalen der Physik, Zweiter Band, Erstes Stück, Halle 1799 (Rengersche Buchhandlung). Online: [Annalen der Physik Zweiter Band 1799](#).
- Guicciardini, Niccolò: Isaac Newton – Ein Naturphilosoph und das System der Welten, Bellone, Enrico (Hrsg.): Die Großen der Wissenschaft, in: Spektrum der Wissenschaft Biographien, Heft 1/1999.
- Goethe, Johann Wolfgang von: Faust, Der Tragödie erster Teil (Faust I), Erstveröffentlichung: Tübingen 1808 (Cotta'sche Verlagsbuchhandlung), Stuttgart 1981 (Ernst Klett Verlag).  
Online: [https://www.hs-augsburg.de/~harsch/germanica/Chronologie/18Jh/Goethe/goe\\_f101.html](https://www.hs-augsburg.de/~harsch/germanica/Chronologie/18Jh/Goethe/goe_f101.html)
- Hawking, Stephen W.: Eine kurze Geschichte der Zeit, Die Suche nach der Urkraft des Universums, Reinbek bei Hamburg 1991 (Rowohlt).
- Hering, Ekbert/Martin, Rolf/Stohrer, Martin: Physik für Ingenieure, Berlin Heidelberg 2012.
- Heitsch, Fabian: Gravitationskonstante genauer bestimmt. in: Sterne und Weltraum (SuW), Heft 12/2000, S. 1037.  
Online: <http://gravitation.hems-renewables.de/fileadmin/elemente/images/pdf/suw.pdf>
- Hoche, Detlef u.a.: Physik Abitur – Duden Basiswissen Schule, Mannheim 2010 (Duden Verlag).
- Jungnickel, Christa/McCormmach, Russel: Cavendish, The American Philosophical Society, Philadelphia Pennsylvania 1996. Online: [Jungnickel/McCormmach \(1996\): Cavendish \(online Lektüre: Google Books\)](#)
- Jungnickel, Christa/McCormmach, Russel: Cavendish - The Experimental Life, Max Planck Institute for the History of Science, Berlin 2016 (Edition Open Access). Online-Version: [Jungnickel/McCormmach \(2016\): Cavendish \(pdf\)](#)
- Kleinert, Andreas: Der messende Luchs – Zwei verbreitete Fehler in der Galilei-Literatur, N. T. M. 17 (2009) 199–206, Basel 2009 (Birkhäuser Verlag). Online: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s00048-009-0335-4.pdf>
- Kuhn, Wilfried: Physik, Band III A: Mechanik, Braunschweig 1979 (Westermann).
- Landau, Lew; Kitajgorodskij: Klassische Physik in moderner Darstellung, eingeleitet von Walther Gerlach, Köln 1969 (Aulis Verlag Deubner).
- Laue, Max von: Geschichte der Physik, Frankfurt am Main 1958 (Ullstein).
- Leybold Didactic: Bestimmung der Gravitationskonstanten mit der Gravitations-Drehwaage nach *Cavendish*, LD Handblätter Physik P1.1.3.1, Hürth 1997 (LD Leybold Didactic GmbH). Online: [LD Handblätter Physik P1.1.3.1](#)
- Mackenzie, Arthur Stanley: The laws of gravitation; Memoirs by *Newton*, *Bouguer* and *Cavendish*, New York 1900 (American Book Company). Online: [Mackenzie The Laws of Gravitation](#)

Newton, Isaac: Mathematische Prinzipien der Naturlehre, London 1726 (3. Ausgabe), hrsg. von Jakob Philipp Wolfers in deutscher Übersetzung, Berlin 1872 (Verlag von Robert Oppenheim), Nachdruck: Darmstadt 1963 (Wissenschaftliche Buchgesellschaft). Lateinische Erstausgabe: London 1687.

Online-Versionen:

Deutsche Version von 1872: [http://de.wikisource.org/wiki/Mathematische\\_Principien\\_der\\_Naturlehre](http://de.wikisource.org/wiki/Mathematische_Principien_der_Naturlehre)

Lateinische Version von 1687: [http://la.wikisource.org/wiki/Philosophiae\\_Naturalis\\_Principia\\_Mathematica](http://la.wikisource.org/wiki/Philosophiae_Naturalis_Principia_Mathematica)

Englische Version von 1729: [https://en.wikisource.org/wiki/The\\_Mathematical\\_Principles\\_of\\_Natural\\_Philosophy](https://en.wikisource.org/wiki/The_Mathematical_Principles_of_Natural_Philosophy)

Pasco Scientific: Gravitational Torsion Balance AP-8215A, Instruction Manual with Experiment Guide and Teachers' Notes, Roseville bei Sacramento California 2018. Online: [Gravitational Torsion Balance AP-8215A](#)

Petzold, Hartmut: Eine Berliner Waage im Münchner Deutschen Museum Geschichte, Hintergründe und Aktualität eines Museumsobjekts, München 2020 (Deutsches Museum Verlag). Online-Version: [https://www.deutsches-museum.de/fileadmin/Content/010\\_DM/060\\_Verlag/studies-3-online-2.pdf](https://www.deutsches-museum.de/fileadmin/Content/010_DM/060_Verlag/studies-3-online-2.pdf)

Pinter, Christian: Kein Teleskop für Galilei, in: [Wiener Zeitung vom 14.02.2014](#).

Poynting, John Henry: The Mean Density of the Earth, London 1894 (Charles Griffin & Cie. Ltd.), Online-Version: [Pointing \(1894\): The Mean Density of the Earth \(pdf\)](#)

Portz, Helga: Galilei und der heutige Mathematikunterricht, Mannheim 1994 (BI Wissenschaftsverlag).

Qing Li, Chao Xue, Jian-Ping Liu, Jun-Fei Wu et. al. (Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China): Measurements of the gravitational constant using two independent methods, *Nature* 560, S. 582–588 (2018), 29. August 2018. Online-Version (kostenpflichtig): <https://www.nature.com/articles/s41586-018-0431-5#author-information>.

Ramsauer, Carl: Grundversuche der Physik in historischer Darstellung. Erster Band. Von den Fallgesetzen bis zu den elektrischen Wellen. Berlin 1953. Online (kostenpflichtig): <https://www.springer.com/de/book/9783642869129>

Ruegg, Peter: ETH-Forschende vermessen Gravitationskonstante neu, idw – Informationsdienst Wissenschaft (ETH Zürich) 12.07.2022, Online-Version: <https://idw-online.de/de/news798243>.

Stöcker, Horst: Taschenbuch der Physik, Thun und Frankfurt am Main <sup>4</sup>2000 (Verlag Harri Deutsch).

Suntula, Suomo: The Short History of Science – or the long path to the union of metaphysics and empiricism, Physics Foundations Society – The Finish Society for Natural Philosophy, E-Book 2018: [The Short History of Science](#)

Westphal, T., Hepach, H., Pfaff, J. & Aspelmeyer, M.: *Nature* 591, 225–228 (2021). Im *arXiv-Archiv* der Cornell University wird dieser Aufsatz als pdf-Datei angeboten: Tobias Westphal, Hans Hepach, Jeremias Pfaff, Markus Aspelmeyer: Measurement of Gravitational Coupling between Millimeter-Sized Masses. URL: <https://arxiv.org/pdf/2009.09546.pdf>.

Wikipedia- und Wikimedia-Einträge (Auswahl):

Englische Maßsysteme: [https://de.wikipedia.org/wiki/Angloamerikanisches\\_Ma%C3%9Fsystem](https://de.wikipedia.org/wiki/Angloamerikanisches_Ma%C3%9Fsystem)

Henry Cavendish: [https://en.wikipedia.org/wiki/Henry\\_Cavendish](https://en.wikipedia.org/wiki/Henry_Cavendish)

Henry Cavendish: [https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Henry\\_Cavendish](https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Henry_Cavendish)

Cavendish experiment: [https://en.wikipedia.org/wiki/Cavendish\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Cavendish_experiment)

[https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Cavendish\\_experiment](https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Cavendish_experiment)

Carl Ramsauer: [https://de.wikipedia.org/wiki/Carl\\_Ramsauer](https://de.wikipedia.org/wiki/Carl_Ramsauer)

Ludwig Wilhelm Gilbert: [https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig\\_Wilhelm\\_Gilbert](https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Wilhelm_Gilbert)

Newtons Principia: [https://de.wikipedia.org/wiki/Philosophi%C3%A6\\_Naturalis\\_Principia\\_Mathematica](https://de.wikipedia.org/wiki/Philosophi%C3%A6_Naturalis_Principia_Mathematica)

Steifigkeit (Stiffness): [https://de.wikipedia.org/wiki/Steifigkeit#cite\\_ref-3](https://de.wikipedia.org/wiki/Steifigkeit#cite_ref-3)

Wechselwirkung: [https://de.wikipedia.org/wiki/Fundamentale\\_Wechselwirkung](https://de.wikipedia.org/wiki/Fundamentale_Wechselwirkung)

## Verzeichnis der Abbildungen und Tabellen

### • Abbildungen

[Bild 1: Hypothese über die Wirkung von Gravitationskräften: »Alle Massen ziehen sich gegenseitig an« \(Newton 1686\)](#)

[Bild 2: Balkenwaage 1766 \(Museo Galilei Florenz\)](#)

[Bild 3: Prinzip der Torsionsdrehwaage von John Michell \(1783\)](#)

[Bild 4: John Michell \(1724-1793\)](#)

[Bild 5: Henry Cavendish \(1731–1810\)](#)

[Bild 6: Cavendish-Experiment: Vereinfachte Darstellung des Versuchsaufbaus von 1798](#)

[Bild 7: Cavendish-Experiment: Cavendishs Konstruktionszeichnung von 1789](#)

[Bild 8: Cavendish-Experiment: Nachbau des Science Museum London im Maßstab 1:48](#)

[Bild 9: Gravitationsdrehwaage heute: Präzisionsmodell der University of Washington in Seattle \(USA\)](#)

[Bild 10: Cavendishs graphische Darstellung seines Experiments von 1798.](#)

[Bild 11: Weg-Zeit-Diagramm der Drehschwingung des Pendelarms im Cavendish-Experiment](#)

[Bild 12: Die von Cavendish definierten Grundstellungen der „weights“ \(Feldmassen\)](#)

[Bild 13: Stationärer Ausgangszustand unmittelbar vor dem Start eines Versuchs](#)

[Bild 14: Cavendishs Torsionsdrehwaage – Vektorisierte Draufsicht-Darstellung der Cavendish-Zeichnung](#)

[Bild 15: Pendelarm mit den Probemassen in der Seitenansicht](#)

[Bild 16: Die Drehwinkel des Pendelarms bei voller Umlagerung der Feldmassen \(weights\)](#)

### • Abbildungen im Anhang

[Bild A1: Cavendish beobachtet sein Experiment](#)

[Bild A2: Projektion des geozentrischen Weltbilds auf die mittelalterliche Gesellschaft](#)

[Bild A3: Rekonstruktion des Vernier-Skalen-Systems von Cavendish](#)

[Bild A4: Vergrößerte Darstellung des Vernier-Skala-Systems von Cavendish](#)

[Bild A5: Die Drehwinkel des Pendelarms: Winkel  \$\beta\$  bei voller Umlagerung der weights in die positive Position \*ww\*, Winkel  \$\alpha\$  bei Umlagerung von der \*midway\*-Position in die \*positive\* Position.](#)

[Bild A6: Pendelarm in vereinfachter Darstellung in Anlehnung an Cavendishs Zeichnung Tab. XXIV, Fig. 4.](#)

[Bild A7: Vernier-Skalen-System am linken Ende des Pendelarms \(Ausschnitt\)](#)

[Bild A8: Pendelarm mit Aufhängung und Verstellmechanik](#)

[Bild A9: Trägerarm zur Aufhängung der Feldmassen \(weights\) mit Verstellmechanik](#)

### • Tabellen

[Tabelle 1: Die quantitativen Einzelergebnisse der 17 Experimente \(Cavendish: „Conclusion“\)](#)

[Tabelle 2: Buchstaben-Kennzeichnung und Benennung der Einzelteile von Cavendishs Apparatur](#)

[Tabelle 3: Die Cavendish-Apparatur im Vergleich zu modernen Torsionsdrehwaagen](#)

[Tabelle 4: Die zur Berechnung der Gravitationskonstanten  \$G\$  erforderlichen Daten aus dem Cavendish-Experiment](#)

[Tabelle 5: Die von Ramsauer verwendeten Symbole und Einheiten im Vergleich zur heute üblichen Form](#)

[Tabelle 6: Die von Cavendish verwendeten Daten zur Berechnung der mittleren Dichte der Erde](#)

[Tabelle 7: Erläuterungen und Ergänzungen zu Cavendishs Conclusion-Tabelle](#)

[Tabelle 8: Cavendishs Bezeichnungen der Bestandteile seines Apparatus](#)

[Tabelle 9: Maße und Gewichte, die Cavendish in seinem Bericht verwendet](#)